Årg. 37:4 Dec. 1954

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

FJÄRDE HÄFTET

Eve Staffansson, Något om den geometriska optikens grunder 225
Hans Råstad, Dobbeltstråleoscillografen 237
Hjalmar Olson, Rymdvinklar 241
Bertil Englund, Joner i lösning — ett nytt betraktelsesätt presenteras 247
Sigvard Wideqvist, Om oxidationstal vid organiska föreningar 250

Notiser: C. V. Jonsson, Avståndet från en punkt till en rät linje; Josef Andersson, Bildkonstruktion vid brytning i en sfärisk gränsyta och En optisk sats; O. Olsson, Ersättningsemk och ersättningsresistans; G. Starck, Demonstration av Tyndalleffekten; B. Liljeqvist, Ett planetarium; K. J. Lenander, Termisk dissociation av vattenånga; S. Bågman, Uppg. 1 i studentex., specialkurs, aug. 1954; G. Danielsson, Nya faktorer till Fermats tal 253, 293

Aktuellt: G. Starck, Svenska Kemistsamfundet anordnar föredrag; B. Adell, Föreningen i Lund för matemat.-naturv. undervisning. Höstmöte 21 nov. 1954; B. Gustaver, Föreningen för matem.-naturv. undervisning. Meddelande om årsmötet i jan. 1955; C. E. Blom, Elementa under 1954. Några data; Industriens Upplysningstjänst; Kursen i fysiologi och farmakologi sommaren 1954 260

Bokanmälningar: se omslagets andra sida

Gradualavhandlingar: Ulla Uhler; A. Brändström; P. Welander; E. Forslind..... 283

Problemavdelning:
Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 289
Matematiska och fysikaliska uppg. i studentexamen nov. 1954 293
Realexamen h. t. 1954: Provräkning 299
Praktisk realexamen h. t. 1954: Uppg. i fysik, Uppg. i kemi med laborationsteknik, Uppg. i beskrivande maskin- och byggnadslära..... 300

Författare i detta häfte..... 304

Insänd litteratur och Tidskrifter å annonsblad intill 253, 264, 265

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; Rudolph Grave; Lindståhls Bokhandel; Norstedt & Söner (två annonssidor); AB Philips; Ingenjörsfirman Stenhardt; Svenska Bokförlaget.

Pris pr år kr. 12:50 pr häfte kr. 3:50

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 12:50, pr häfte kr. 3:50. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Tidigare årg. Vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Av årg. 1—13 är flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14 (1931) t.o.m. 34 (1951) kr. 10:— för 35 (1952) och 36 (1953) kr. 12:50.

Pärmar av grön klot à 3:—+20 öre i porto; varje pärm är avsedd för två årg.: 1—2, 3—4, t. o. m. 35—36.

Problemhäften för åren 1943—52 à kr. 1:20, för 1953 och 1954 à kr. 1:40. Innehåll: Student- o. realex.-uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.

Red.-kommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor Torsten Jönsson, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom. Red. o. exp. Karlbergsv. 16, Stockholm.

Särtryck ur ELEMENTA:

1. A. Nordhult, De viktigaste konstruktions- och driftsegenskaperna hos likströmsmaskinerna, kr. 2:—.
2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 2:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 2:—.
4. J. Tandberg, Om vinkelns tredelning. Slut.
5. G. Ljunggren, Gasskyddets kemi kr. 1:—.
6. S. Comét, Matrisräkning, kr. 2:—
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 2:—.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 2:—.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 2:—.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.
12. Karin Aurivillius, Analysvågen, kr. 2:40.
13. Uno Trägårdh, Primär- och sekundärelement, kr. 2:40.
14. K.-B. Augustinsson, Enzymkemi, kr. 2:60.

Bokanmälningar: Ore, Niels Henrik Abel; Gellerstedt, 800 övningsexempel i matematik; Julia, Cours de géométrie infinitésimale; Dubreil-Jacotin, Leçons sur la théorie des treillis; Purday, Linear Equations in Applied Mechanics; Langer, A First Course in Ordinary Differential Equations; Fréchet, Pages choisies d'analyse générale; Charnes/Cooper/Henderson, An Introduction to Linear Programming; McKinsey, Introduction to the Theory of Games; Williams, The Compleat Strategyst; Blackwell/Girshick, Theory of Games and Statistical Decisions; Thrall/Coombs/Davis, Decision Processes; Bross, Design for Decision; Genberg, Statistisk analys; Geldard, The Human Senses; Birks, Scintillation Counters; Ramsey, Nuclear Moments; Heisenberg, Nuclear Physics; Hjalmars, Teoretisk fysik; Garnier, Cours de cinématique; Swensson, Beräkningar med hjälp av det rationaliserade MKSA-systemet; Boken om naturen. Materien; Kiely, Dielectric Aerials; Sweeney, Measurement Techniques in Mechanical Engineering; Ramo/Whinnery, Fields and Waves in Modern Radio; Fowler, Introduction to Electric Theory; Timmermans, Les constantes physiques des composés organiques cristallisés; Specht, Quantitative anorganische Analyse in der Technik; Huybrechts, Chimie analytique appliquée à la métallurgie; Arendt/Dörmer, Technik der Experimentalchemie; Harley/Wiberley, Instrumental Analysis; Williams, The Chemical Industry; Radioteknisk årsbok 1953/54; Almkvist/Knave, Laborationer IV..... 264

Bilaga: Elementa, inbetalningskort

Att beakta

Elementas första häfte under 1955

beräknas utkomma — såsom skett innevarande år — i februari och det andra i maj. Dock kommer månadsbeteckningarna mars och juni att bibehållas, likaså utgivningstiderna för de övriga häftena, september och december.

För 1955 är prenumerationspriset oförändrat, kr. 12:50

Rekvirera genom att inbetala avgiften å postgiro 527 55. Observera det portofria inbetalningskort, som medföljer försändelser till alla privata abonnenter. Till bibliotek, skolor, institutioner etc. har fakturor utsänts 15. 11. 1954.

Av flera skäl är red. tacksam, om prenumeration göres i december. Dröjsmål bör undvikas. Den som prenumererar först efter 10 jan. måste räkna med att ej erhålla tidskriften förrän andra veckan i mars.

Studerande vid universitet och högskolor erhåller tidskriften vid pren. direkt hos red. till ett pris av 10 kr. Hänvisning göres vid inbetalningen till studentkatalog eller dylikt. — För de elever vid läroverken som under 1954 erhållit tidskriften som premium gäller för 1955 samma förmånspris.

Elementa under 1954. Några data

är titeln på en översikt på sid. 263 i detta häfte. Här meddelas bl. a. att i årgång 1954 medverkat ca 125 författare med inalles ca 160 bidrag, och att ett hundratal böcker anmälts. Ni finner också uppgifter om antalet skolor, bibliotek, institutioner m. fl., som abonnerar på tidskriften.

Komplettera och bind Edra årgångar

Uppgifter om äldre årg., pärmar och särtryck finns å vidstående sida. Vid köp av ett större antal äldre årg. lämnas rabatt, varom red. ger upplysning.

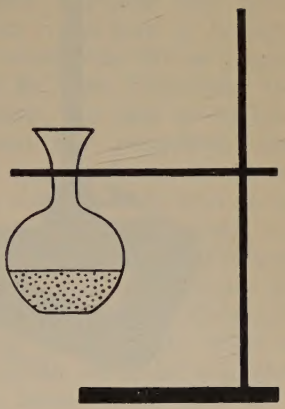
»Problemhäfte 1954» har utkommit. Pris kr. 1:40.

Red. och exp.: Karlbergsv. 16, Stockholm. Postgiro 527 55

Årets nobelpristagare i kemi

LINUS PAULING

Allmän kemi



Svensk bearbetning
av Gunnar Starck

»... en modern, lättläst och inspirerande elementär lärobok i allmän kemi... Författarens djupa och allsidiga kunskaper, hans originalitet och hans livliga stil har gjort denna bok mycket uppskattad.»

G. Hägg i Elementa

Pris helklotband 60:—

ALMQVIST & WIKSELL

BOX 159 — STOCKHOLM 1 — POSTGIRO 758

Wilsonkammare
fältelektronmikroskop
katodstrålerör
molekylmodeller
röntgenrör
högvakuumpumpar

Representant för E. Leybolds Nachfolger, Köln och Spindler & Hoyer KG, Göttingen.

RUDOLPH GRAVE AB

Skolavdelningen

Malmskillnadsgatan 48 c
Tel. 233780
Stockholm 3

Malmgatan 10
Tel. 38125
Malmö 6

Något om den geometriska optikens grunder

Av lektor Eve Staffansson, Göteborg

Indelning

Traditionellt plägar optiken, fattad i vid bemärkelse, indelas i trenne avsnitt: stråloptik eller geometrisk optik, vågoptik eller fysikalisk optik samt kvantoptik, en indelning som i viss mån är betingad av den historiska utvecklingen. De första ansatserna till en geometrisk optik finner man så tidigt som 300 f. Kr.; den fysikaliska optiken grundades omkring 1700 och kvantoptiken, den sista av de tre grenarna, är endast fem decennier gammal. Den geometriska optiken arbetar med strålen som det centrala begreppet och behandlar de optiska företeelserna, i den utsträckning det är möjligt, utan att beakta ljusets emission, dess natur eller absorption. Den fysikaliska optiken har vågytan som det dominerande begreppet utgående från uppfattningen om ljuset som en vågrörelse men utan att närmare beakta växelverkan med materia (emission och absorption). Kvantoptikens lärobyggnad slutligen är uppbyggd på ljuskvantum- eller fotonbegreppet och diskuterar samspelet mellan strålning och materia. Optikens lärobyggnad skulle *i princip* kunna avstå från den geometriska optiken, men dess fortbestånd och stora värde bottnar väsentligen i dess praktiska och pedagogiska betydelse.

Kort historik

Redan Euklides, 300 f. Kr., behandlade geometriskt ljusstrålars rätliniga utbredning, och från ungefär samma tidpunkt daterar sig de första kunskaperna om reflexionslagarna. Lagarna för ljusets refraktion är av senare datum, men redan Ptolemeus, ungefär 130 e. Kr., kände till ljusstrålarnas brytning. Den mera kvantitativa behandlingen lät dock vänta på sig och först Snellius och Cartesius, omkring 1620, gav brytningslagarna en mera exakt form, påminnande om den som vi i våra dagar begagnar. Araberna var bland de första, som redan omkring 1000 e. Kr. lärde sig att nyttja linser som förstoringsglas, och två sekler senare finner man i Italien glasögonlinser, och omkring 1600 har man i Holland uppfunnit både mikroskopet och kikaren. Någon egentlig teori för avbildningen i dessa instrument föreligger emellertid ännu ej. Astronomen Kepler hävdar vid denna tidpunkt i strid med den allmänna uppfattningen, att en objektpunkt ej kunde avbildas i en bildpunkt med *en enda* stråle. Avbildningen krävde, att

flera från en punkt utgående strålar återförenades i en punkt. Närmast som en kuriositet kan nämnas, att den efter Kepler uppkallade kikaren aldrig tillverkades utan endast beskrevs av honom. Det var astronomen och jesuiten Scheiner, solfläckarnas upptäcktsman, som först tillverkade och begagnade denna kikartyp efter de riktlinjer, Kepler angivit. Matematikern Gauss i Göttingen framlade den första egentliga avbildningsteorien, och hans arbeten gav upptakten till en livaktig verksamhet på många håll i Tyskland för framställning av olika slags linser för optisk avbildning. En alltmer dominerande roll spelar därvid Zeissverken i Jena, där Ernst Abbes grundläggande och nära nog fulländade teori över avbildningen i mikroskopet snabbt och med utomordentlig framgång kunde omsättas i verklighet. För konsekvensens skull bör tillfogas, att Abbes avbildningslära i slutgiltig form ej är en rent geometrisk-optisk teori; ljusets böjning spelar en dominerande roll.

Grundläggande lagar

I denna korta historik har redan den geometriska optikens *experimentella* grundvalar, dess postulat, framträtt:

1. Ljusets rätliniga utbredning i ett homogent medium.
2. Ljusstrålarnas oberoende av varandra inom ett eller mellan flera strålknippen.
3. Lagarna för ljusstrålarnas riktningsändring i gränsytan mellan tvenne medier (reflexion och reguljär refraktion).

Med kännedom om vågoptikens lagar kan den geometriska optiken karakteriseras som den del av strålningsläran, där våglängdens storlek kan försummas (gränsövergången $\lambda \to 0$), ty under denna förutsättning kan man tala om *ljusstrålar*, erhållna genom infinitesimala bländaröppningar och med en enda egenskap: riktningen. Med utgångspunkt från Maxwells ekvationer kan innebörden av denna gränsövergång mera exakt preciseras och den geometriska optikens gränser (eller gränsområden) klarare fastställas. Som resultat av denna behandling framkommer bl. a., att ljusstrålar i ett optiskt homogent medium utgör ett ortotomiskt system: en strålskara med den egenskapen, att strålarna alltid utgör normalriktning till en särskilt avpassad ytskara. Ett enkelt och belysande specialfall på ett ortotomiskt knippe har vi vid den punktformiga ljuskällan i ett optiskt homogent och isotropt medium, där nämnda ytskara utgöres av klotytor med centrum i ljuskällan; ljusstrålarna säges i detta fall utgöra ett homocentriskt knippe, som sålunda har den egenskapen, att dess alla strålar (eller förlängningar) passerar genom *en* punkt.

Malus har formulerat och bevisat satsen, att ett ortotomiskt strålsystem efter godtyckligt antal brytningar och reflexioner fortfarande är ortotomiskt. I nära anknytning till Malus' sats står Fermats princip, som åskådligast kanske kan formuleras så, att ljuset på sin väg från en punkt P till en annan punkt P' genom reflexion och/eller brytning tar den väg, som tillryggalägges på kortaste tid, eller, annorlunda uttryckt, integralen

$$\int_P^{P'} n \cdot ds$$

den s. k. optiska väglängden, banans eikonal, längs strålens väg är minimum jämfört med andra vägar mellan P och P'.

De här i korthet berörda lagarna, brytnings- och reflexionslagen, Malus' sats och Fermats princip, är givetvis ej av varandra oberoende. Ur en av dessa, godtyckligt vilken, härledes de övriga.

Punktformig avbildning

Man inser omedelbart, att ett *nödvändigt* villkor för en sträng geometrisk-optisk avbildning (ehuru man vid tillämpningar är nödsakad att något mjuka upp detsamma) är, att *ett* punktformigt objekt avbildas som *en* punktformig bild. Detta slag av avbildning benämnes stigmatisk eller kollineär avbildning, ibland även gaussisk avbildning, och fordrar således, att en från början homocentrisk strålskara efter brytning och/eller reflexion bevarar sin homocentricitet. Detta är, fast annorlunda uttryckt, inget annat än det avbildningsvillkor, Kepler en gång hävdade. Sett mot bakgrunden av Fermats princip eller vågoptikens begrepp kan det angivna avbildningsvillkoret också uttryckas så, att alla i avbildningen ingående strålar måste ha samma optiska väglängd. Ett exempel, där detta villkor är uppfyllt vid avbildning enbart genom en reflexion, föreligger vid rotationsellipsoiden (eller rotationshyperboloiden), där ett punktformigt objekt i ena brännpunkten efter reflexion avbildas som punktformig bild i andra brännpunkten. En yta av detta slag benämnes aplanatisk yta. Även genom brytning i gränsytan mellan tvenne medier kan samma avbildningsvillkor satisfieras, men härvid är då denna yta med få undantag ej av enkel natur. En aplanatisk yta i detta fall motsvaras i meridionalplanet av en 4:e gradskurva, Cartesii oval. Den sfäriska brytande ytan uppfyller i allmänhet ej kraven på en kollineär avbildning.

Intimt sammankopplad med den stigmatiska avbildningens fordringar står frågan om det s. k. absoluta eller ideala optiska instrumentet, varmed förstås ett instrument, som av ett objektrum ger en strängt

kollineär avbildning, ett problem som redan Maxwell sysslade med. Resultatet är, att endast speglingen uppfyller detta avbildningskrav, ett i detta sammanhang närmast trivialt fall. Ett praktiskt genomförande av en avbildning med en förstoring större eller mindre än 1 innebär därför, att det stigmatiska villkoret ej helt kan uppfyllas. Det är nödvändigt att i avbildningen acceptera även sådana strålar, som utgår från en objektpunkt men ej konvergerar mot *en* bildpunkt under förutsättning, att de passerar genom ett *litet* ytelement omkring den ideala konvergenspunkten. Avbildningsfel kan således i princip ej undvikas, men då dessa kan reduceras till mycket ringa belopp, kan man likväl i varje fall approximativt anse, att kollineär avbildning föreligger, och häri har man att söka en av anledningarna till att Abbe genomförde en sträng teoretisk analys av den kollineära avbildningen och dess fundamentala begrepp för att på grundval av de vunna resultaten komma över till avbildningen i optiska system.

Den ideala avbildningens teori utvecklas antingen syntetiskt eller analytiskt, där emellertid ett modifierat analytiskt tillvägagångssätt ur fysikalisk synpunkt är mest tillfredsställande, därigenom att man då vid teoriens utveckling lätt konkretiserar begreppen genom exemplifiering från vår elementära föreställningsvärld samtidigt som för avbildningen karakteristiska storheter som fundamentalpunkter, olika slags förstoringar etc. systematiskt framträder.

Generell avbildningsteori

En objektpunkt P, fig. 1, har koordinaterna x, y, z, och motsvarande bildpunkt P' koordinaterna x', y', z'. Villkoret för att punkten P motsvaras av en och endast en punkt P' uttryckes analytiskt genom transformationen:

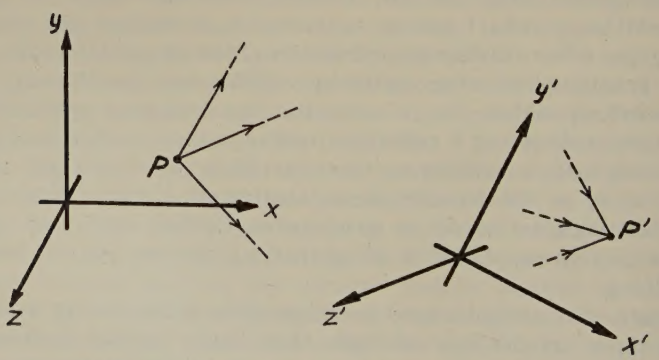


Fig. 1. Generell punktformig avbildning.

$$x'=f_1(x,y,z) \qquad y'=f_2(x,y,z) \qquad z'=f_3(x,y,z)$$

där f_i är entydiga funktioner av x, y, z. Därjämte skall mot varje punkt P' svara en och endast en punkt P, varför transformationerna efter upplösning med avseende på x, y, z antar formen:

$$x=f_1'(x',y',z') \qquad y=f_2'(x',y',z') \qquad z=f_3'(x',y',z')$$

där f_i' ävenledes är entydiga funktioner av x', y', z'.

Dessa tvenne villkor förutsätter, att funktionssambandet mellan koordinaterna x, y, z (objektpunkten) och koordinaterna x', y', z' (bildpunkten) i allmänhet uttryckes som en lineär bruten transformation. Om $f_i=a_ix+b_iy+c_iz+d_i$ gäller därför följande analytiska uttryck för den kollineära avbildningen:

$$x'=\frac{f_1}{f_0} \qquad y'=\frac{f_2}{f_0} \qquad z'=\frac{f_3}{f_0}$$

och efter upplösning med avseende på x, y, z

$$x=\frac{f_1'}{f_0'} \qquad y=\frac{f_2'}{f_0'} \qquad z=\frac{f_3'}{f_0'}$$

där $f_i'=a_i'x'+b_i'y'+c_i'z'+d_i'$, vars koefficienter bestämmes av a_i, b_i, c_i och d_i. Ovannämnda transformationsformler uttrycker den kända satsen om »strålgångens omvändbarhet». Punkter i planet $f_0=a_0x+b_0y+c_0z+d_0=0$, tillhörande objektrummet, avbildas oändligt långt bort i bildrummet, enär $x', y', z'=\infty$ för dylika objektpunkter och analogt, oändligt avlägsna punkter i objektrummet avbildas i bildrummet på planet $f_0'=a_0'x'+b_0'y'+c_0'z'+d_0'$. De båda planen $f_0=0$ och $f_0'=0$ är således att betrakta som de två brännplanen. Vidare följer härav, att strålar utgående från en punkt i planet $f_0=0$ i bildrummet utgör ett parallellstråleknippe, medan ett motsvarande knippe i objektrummet sammanstrålar i en punkt i planet $f_0'=0$ i bildrummet.

För att den analytiska behandlingen inte skall förlora kontakten med den optiska avbildningen diskuteras här ett speciellt problem. Om brännplanen $f_0=0$ och $f_0'=0$ båda faller oändligt långt bort, benämnes avbildningen affin eller teleskopisk. Systemet saknar brännpunkter i egentlig mening. Ett sådant fall föreligger exempelvis vid en för parallella in- och utgående strålar inställd kikare. Ändliga objektpunkter måste då alltid svara mot ändliga bildpunkter dvs. $f_0\neq 0$ och $f_0'\neq 0$ för alla sådana punkter, ett villkor, som innebär att $a_0=b_0=c_0=0$ och $a_0'=b_0'=c_0'=0$. Detta avbildningsproblem behandlas ytterligare längre fram i denna artikel.

Diskussionen hittills har väsentligen berört reciprociteten mellan punkter i objekt- och bildrummet. Av transformationen följer emellertid omedelbart, att alla punkter i planet $Ax+By+Cz+D=0$ avbildas

i planet $Af_1'+Bf_2'+Cf_3'+Df_0'=0$, och som konsekvens härav att en rät linje i objektrummet, skärningen mellan tvenne plan, avbildas som en rät linje i bildrummet.

Avbildning i speciella system. Fokalvidd. Newtons formel

De angivna transformationsekvationerna motsvarar ett idealt optiskt system, där punkter, räta linjer och plan i objektrummet korresponderar mot motsvarande element i bildrummet. Den kollineära avbildningen samordnar rymdens punkter parvis, s. k. konjugerade punktpar. Objekt- och bildrummet täcker var för sig hela rymden men oftast gäller, att den del av rymden, som intresserar i egenskap av objektrum, är oväsentlig som bildrum och omvänt (jfr kameran). Transformationsteoriens värde för den elementära optiska avbildningsläran framträder klarare, om den generella transformationen specialiseras till ett symmetriskt koaxialt (optiskt) system, där rotationssymmetrisk avbildning föreligger. x- respektive x'-axeln antages sammanfalla med symmetriaxeln och avbildningen studeras i ett meridionalplan, $x'y'$-planet, där transformationen antar formen:

$$x'=\frac{a_1x+b_1y+d_1}{a_0x+b_0y+d_0} \qquad y'=\frac{a_2x+b_2y+d_2}{a_0x+b_0y+d_0}$$

Av rotationssymmetrien följer, att om objektpunkten x, y ersättes med x, $-y$, skall bildpunkten x', y' transformeras till x', $-y'$ dvs. att x' är oberoende av tecknet för y, varför

$$b_0=b_1=0$$

samt att y' ändrar tecken, men endast tecken, med y, varför

$$a_2=d_2=0$$

Transformationen förenklas under dessa antaganden till följande uttryck:

$$x'=\frac{a_1x+d_1}{a_0x+d_0} \qquad x=\frac{d_1-d_0x'}{a_0x'-a_1}$$

$$x'=\frac{b_2y}{a_0x+d_0} \qquad y'=\frac{a_0d_1-a_1d_0}{b_2}\cdot\frac{y'}{a_0x'-a_1}$$

Härav följer, att den centrerade avbildningen är en funktion av 4 parametrar (5 avbildningskonstanter a_0, d_0, a_1, d_1, b_2, men endast 4 av varandra oberoende) och för ett optiskt system bestående av en lins är dessa parametrar bestämda av krökningsradierna, avståndet mellan krökningscentra samt brytningsindex. De två brännplanen anges av ekvationerna

$$a_0x+d_0=0 \qquad a_0x'-a_1=0$$

Det har antagits, att objekt- och bildrummens symmetriaxlar sammanfaller med systemets optiska axel, och de båda brännplanen skär således optiska axeln vinkelrät i punkterna

$$x=\frac{-d_0}{a_0} \qquad x'=\frac{a_1}{a_0}$$

systemets båda brännpunkter F och F'. En ytterligare förenkling av ekvationerna erhålles genom lämpligt val av origo för såväl objekt- som bildrum. Då brännpunkterna är de enda fundamentalpunkter, som behandlingen hittills gett, faller det sig naturligt att förlägga origo till resp. brännpunkter och införa koordinaterna X, Y resp. X', Y', definierade sålunda:

$$x=X-\frac{d_0}{a_0} \qquad x'=X'+\frac{a_1}{a_0}$$

$$y=Y \qquad y'=Y'$$

Efter insättning erhålles

$$XX'=\frac{a_0d_1-a_1d_0}{a_0^2} \qquad \frac{Y'}{Y}=\frac{a_0b_2}{a_0d_1-a_1d_0}\cdot X'=\frac{b_2}{a_0X}$$

Slutligen införes beteckningarna

$$f=\frac{b_2}{a_0} \qquad f'=\frac{a_0d_1-a_1d_0}{a_0b_2}$$

som efter insättning ger

$$XX'=ff' \qquad \frac{Y'}{Y}=\frac{f}{X}=\frac{X'}{f'}$$

där f och f' benämnes systemets brännvidd i resp. objekt- och bildrum. Dessa två ekvationer utgör den geometriska optikens fundamentallagar. Den första är Newtons avbildningslag, som fixerar bildens läge för ett givet objektläge; den senare bestämmer bildens storlek relativt objektets.

Det erhållna resultatet klargör också de fyra olika slag av avbildning som kan realiseras genom optiska system:

$dX:dX'>0$ eller $ff'<0$, samma rörelseriktning på objekt och bild (brytning)
$dX:dX'<0$ » $ff'>0$, motsatt rörelseriktning på objekt och bild (spegling)
$Y:Y'>0$ » f och X samma tecken, rätvänd bild
$Y:Y'<0$ » f och X olika tecken, omvänd bild.

Huvudpunkter och nodpunkter

För avbildningen framträder här tre väsentliga storheter: brännvidderna f och f' samt avståndet d mellan F och F'. För den egentliga

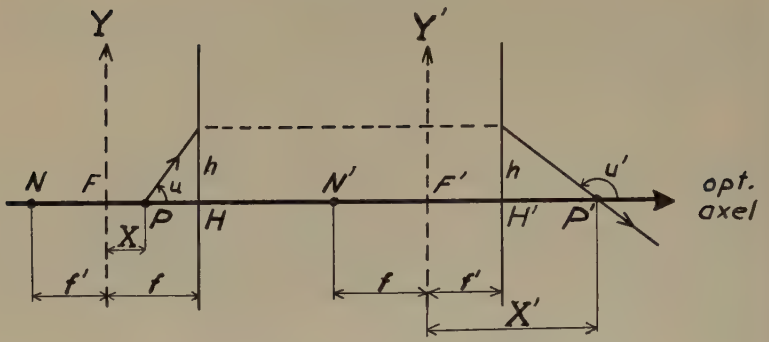


Fig. 2. Fundamentalpunkter i ett optiskt system.

bildkonstruktionen spelar emellertid begreppen huvudpunkter och huvudplan en avgörande roll. Kvoten Y/Y' är den s. k. lateralförstoringen och antar värdet 1 för $X=f$ och $X'=f'$, och på detta sätt definieras ytterligare ett punktpar, huvudpunkterna H, H'. Planen genom dessa punkter, vinkelräta mot optiska axeln, är systemets positiva huvudplan eller de s. k. gaussiska huvudplanen, som alltså karakteriseras av den viktiga egenskapen, att en punkt y (eller ett objekt av storleken y) i objektsrummets huvudplan avbildas i bildrummets huvudplan med $y'=y$. Om lateralförstoringen sättes till -1, erhålles de s. k. negativa huvudplanen eller töplerska huvudplanen. Det sista paret fundamentalpunkter utgör de s. k. nodpunkterna, definierade genom följande villkor på konvergensförhållandet (eller vinkelförstoringen):

$$\frac{tgu'}{tgu}=1$$

Ur fig. 2 erhålles i kombination med Newtons avbildningsformel samt konvergensvillkoret:

$$\frac{tgu'}{tgu}=\frac{f-X}{f'-X}=-\frac{X}{f'}=-\frac{f}{X'}=1 \qquad X=-f' \qquad X'=-f$$

De två sista uttrycken fastlägger nodpunkternas N, N' lägen, och avståndet mellan dessa är således detsamma som avståndet mellan huvudpunkterna. Ett viktigt specialfall föreligger, om $f=-f'$, ty då sammanfaller huvudpunkter och nodpunkter. De s. k. negativa nodpunkterna erhålles, om konvergensförhållandet sättes till -1.

Vi har nu erhållit de för all avbildning väsentliga 6 kardinalpunkterna utan att binda framställningen vid något speciellt optiskt system: F, F', H, H', N, N', varvid för de två senare punktparen dock

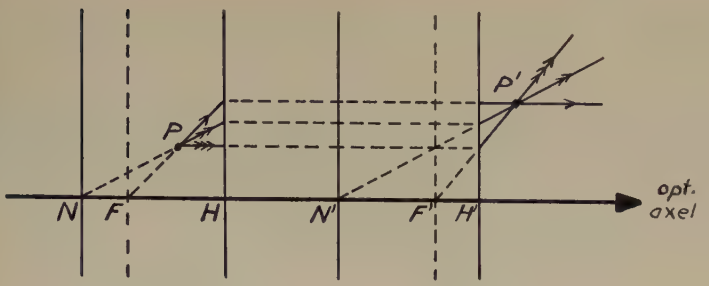


Fig. 3. Bildkonstruktion av punktformigt objekt.

endast de positiva beaktats, och därjämte har framställningen givit de för avbildningen betydelsefulla egenskaperna hos dessa 3 punktpar samt huvudplanens karakteristikum och slutligen det kvantitativa sambandet mellan såväl objektets och bildens läge som dessas storleksförhållande. För att belysa resultatet visas i fig. 3 en bildkonstruktion av en objektpunkt *P*.

Den generella teorin, tillämpad på den teleskopiska avbildningen, ger ytterligare några karakteristiska drag hos denna. Transformationen antar formen ($a_0=0$ och nya konstantbeteckningar):

$$x'=ax+d \qquad y'=by$$

Räknas objekt- resp. bildläge från de två konjugerande punktparen ($x'=d$, $y'=0$) och ($x=0$, $y=0$), erhålles de enklare formlerna:

$$X'=aX \qquad Y'=bY$$

Härav följer, att lateralförstoringen $Y':Y$ är konstant, och samma gäller för vinkelförstoringen:

$$\frac{tgu'}{tgu}=\frac{Y'}{X'}=\frac{X}{Y}=\frac{b}{a}$$

Detta är specifika egenskaper för den teleskopiska avbildningen. Dessa slutsatser kan även dras antingen ur en direkt beräkning på traditionellt sätt eller ur en diskussion av strålgången för ett speciellt teleskopiskt system (kikaren).

Vid åtskilliga praktiska tillämpningar är avståndet mellan huvudplanen ofta ganska litet eller 0 (tunna linser, speglar, en brytande yta), och därigenom ställer det sig ofta fördelaktigare att räkna objekt- och bildavstånd till resp. huvudplan i stället för till motsvarande brännplan. Följande transformation införes:

$$X=\xi+f \qquad X'=\xi'+f'$$

Insättning i Newtons avbildningslag ger omedelbart uttrycket

$$\frac{f}{\xi}+\frac{f'}{\xi'}=-1$$

motsvarigheten till den välkända linsformeln, ehuru föreliggande resultat är helt generellt och således oberoende av det avbildande systemets fysikaliska karaktär (linser, linssystem, speglar, en brytande eller reflekterande yta). Minustecknet på höger sida beror endast av valet på positiv ξ-riktning.

Tillämpningar

Utredningen hittills har givit dels de generella avbildningsformlerna och dels fundamentalpunkternas egenskaper för den egentliga strålkonstruktionen, och för att ytterligare belysa detta senare i samband med ett optiskt system, visas i fig. 4 strålgången i ett Huygens' okular, där förhållandet mellan kollektivlinsens brännvidd, linsavståndet och ögonlinsens brännvidd är 3:2:1, linserna antages tunna och utträdande strålknippet parallellt.

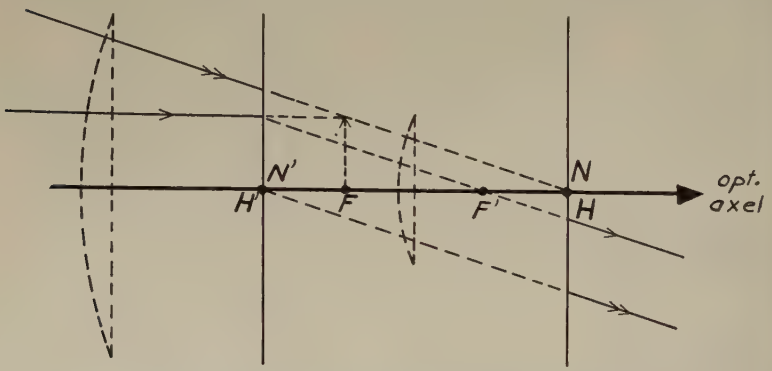


Fig. 4. Bildkonstruktion i Huygens' okular.

Den nu utvecklade avbildningsteorin ger i enlighet med förutsättningarna och de erhållna resultaten en med objektet likformig bild under villkor, att objektet ligger i ett plan mot vilket x-axeln (ξ-axeln) är normalriktning och optisk axel. För ett givet x-värde är nämligen lateralförstoringen konstant. Mera komplicerad ställer sig avbildningen, om objektet utgöres av en kurva i ett meridionalplan (plan

genom x-axeln). Är objektet en rät linje, blir bilden ävenledes en rät linje (tidigare behandlat, jfr även: en rak stråle i objektrummet blir en rak stråle i bildrummet), men är däremot objektet exempelvis en cirkel med centrum i objektrummets fokus, blir bilden en hyperbel med sin medelpunkt i bildsidans fokus (fig. 5), ett resultat som omedelbart erhålles ur avbildningsekvationerna:

$$x^2+y^2=r^2 \qquad y=\sqrt{r^2-x^2}$$

$$y'=y\cdot\frac{x'}{f'}=\frac{x'}{f'}\cdot\sqrt{r^2-x^2}=\frac{1}{f'}\cdot\sqrt{r^2x'^2-f^2f'^2}$$

$$y'=\sqrt{\frac{r^2}{f^2}\cdot x'^2-f^2} \qquad x'^2\cdot\frac{r^2}{f'^2}-y'^2=f^2$$

En liksidig hyperbel erhålles, om cirkelns radie väljes lika med bildrummets brännvidd.

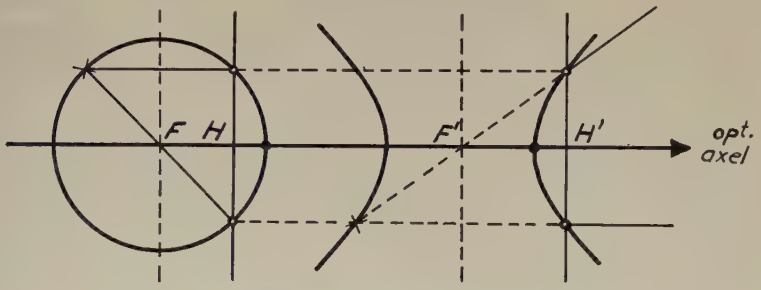


Fig. 5. Bildkonstruktion av cirkel-objekt.

Sammanfattning

Avsikten med denna uppsats har varit tvåfaldig. För det första att teckna en generell bakgrund till den elementära avbildningsläran enligt Abbes linjer utan att därvid från början knyta framställningen till någon speciell avbildningsform. Knappast på något annat håll i i den elementära fysikundervisningen och ofta inte ens i den, som avser ett högre stadium, tar man så lätt på den induktiva bevisföringen som just i avbildningsläran; man härleder en formel för ett *visst* objektläge och en viss spegel- eller linstyp, och efter denna enstaka härledning generaliseras resultatet oftast genom att mer eller mindre välgrundade teckenregler bara löst tillfogas. För det andra har framställningen sökt visa, vilka krav som bör ställas och vilka som kan uppfyllas vid en geometrisk-optisk avbildning, och ävenledes i detta fall utan att basera framställningen på något speciellt

optiskt system. Slutligen har framställningen i någon mån velat bringa i erinran de fundamentala arbeten, som Abbe och hans skola uträttat för den geometriska optikens teoretiska grundval. Det är i detta sammanhang värt att notera, att den moderna optiska litteraturen i stor utsträckning anser sig kunna förbigå även en kortfattad framställning av den geometriska optikens teoretiska grundvalar i skarp motsats till den behandling, som den fysikaliska optiken i allmänhet röner. Så har, för att nämna ett enda exempel, en ny amerikansk lärobok, av Joseph Morgan (se nedan), helt förbigått detta avsnitt av den geometriska optiken, ehuru boken är synnerligen fullständig och utmärkt skriven och försedd med ett stort antal väl valda och formulerade exempel med svar till *vartannat* exempel!

När man således även i sådana verk, där den *tillämpade* geometriska optiken erhållit en mycket fyllig framställning, finner en sådan spartansk behandling av den geometriska optikens *grunder* får väl detta i viss mån tillskrivas det faktum, att detta senare avsnitt med tilltagande fördjupning tenderar att bli mera ett matematiskt än fysikaliskt problem: optisk geometri kan synas vara ett mera adekvat uttryck än geometrisk optik. Denna plats i skymundan bottnar givetvis även i den fysikaliska optikens vida större värde då det gäller att tränga djupare in i de rent fysikaliska företeelserna.

Stråloptiken tillhör den klassiska fysikens mest kompletta och intakta domäner, där utvecklingens höjdpunkt och slutmål domineras av namnen Abbe och Gullstrand. Denna starka ställning torde väsentligen tillskrivas det faktum, att såväl dess grundvalar, både de experimentella och de teoretiska, som dess gränser från början klart kunnat fixeras, samt sist men inte minst den utomordentliga skicklighet, med vilken denna lärobyggnad konstruerats i första hand av de två ovan nämnda forskarna, vilkas epokgörande arbeten nu ligger några decennier tillbaka i tiden.

Litteratur

Handbuch der Physik XVIII (1927).
G. Monk, Light, Principles and Experiments (1937).
M. Born, Optik (1943).
W. Weizel, Lehrbuch der theoretischen Physik I, (1949).
C. Curry, Geometrical Optics (1953).
J. Morgan, Introduction to Geometrical and Physical Optics (1953).

NYTT **universalinstrument med många strömmätningsområden även för växelström**

811 kostar endast **245** kr.

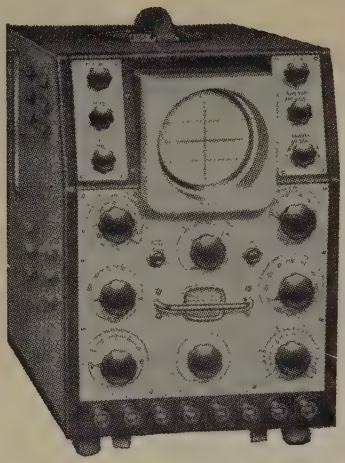
Philips nya universalinstrument 811 med **20 000 ohm/volt** vid likspänningsmätningar har många fördelar. Det stabila vridspoleinstrumentet med Philips Ticonalmagnet och Philips germaniumdiod för växelströmsmätningar ger en stabilitet och säkerhet på instrumentet, som är mindre vanlig. De många spänningsområdena och strömmätningsområdena, även för växelström, gör att varje elektrotekniker bör ha detta instrument, antingen han sysslar med starkström eller svagström. De inbyggda batterierna för motståndsmätning med tydlig avläsning upp till 10 MΩ är av normala typer och lätt utbytbara. Instrumentet levereras med två mätsladdar.

Lik -ström -spänn.		Växel -ström -spänn.		Motstånd
120 µA	3 V	600 µA	3 V	0 — 10000 Ω
600 µA	12 V	6 mA	12 V	0 — 100000 Ω
6 mA	60 V	60 mA	60 V	0 — 10 MΩ
60 mA	300 V	600 mA	300 V	
600 mA	1200 V	3 A	1200 V	
3 A				

Instrumentet har en kraftig kåpa av Philite samt två överskådligt ordnade omkopplare: den ena för omkoppling av likström, likspänning, växelström eller växelspänning. Den andra för inställning av önskat mätområde. Instrumentet har knivvisare och lång, tydlig skala. 811 gör verkligen skäl för namnet universalinstrument och är ett ovärderligt hjälpmedel i det dagliga arbetet.

PHILIPS

Mätinstrumentavdelningen Stockholm 6. Tel. 34 05 80, för rikssamtal 34 06 80



COSSOR

dubbelstråle-OSCILLOGRAF modell 1035

Två förstärkare för de båda strålarnas y-avlänkning. Y 1-förstärkaren består av 3 rör med max. 3.000 ggr förstärkning, som kontrolleras med en 7-stegsomkopplare. Förstärkarens bandbredd är beroende av förstärkningen. Vid lägsta förstärkning kan en max. frekvens av 7 Mp/s och vid högsta förstärkning 60 kp/s förstärkas. Y 2-förstärkaren är en helt fristående enhet med 1 rör och förstärkarkontroll kalibrerad i 5 områden för spänningsmätning. Frekvensområde 20 p/s—100 kp/s inom ± 15%.

Kippaggregat för såväl kontinuerligt arbete som engångsförlopp. Synkroniserings- och »trigger»-signaler med önskvärd polaritet kunna tillföras från Y 1-förstärkaren eller yttre källa. *Vid engångsförlopp kan kippaggregatet startas av inkommande signal eller av yttre elimpuls.* För mätning av den inkommande signalens frekvens finnas kalibrerade rattar, som i 9 band täcka området 150 ms till 15 µs över hela skärmen, eller max. approx. 2 µs/cm. Strålarnas återgång utmed tidsaxeln är fullständigt undertryckt och kan ej uppfattas.

Stenhardt
INGENIÖRSFIRMA

Åsögatan 113—119 STOCKHOLM Tel. vx 44 99 90

Dobbeltstråleoscillografen

Av lektor Hans Råstad, Elverum, Norge

Når man skal demonstrere faseforskyvningsforhold i vekselstrømskretser er, som bekjent, katodestråleoscillografen et uundværlig hjelpemiddel.

Det mest anskuelige er om vi kan få elektronstrålen til å tegne 2, 3 eller flere kurver på skjermen samtidig. Dette byr ikke på noen vanskelighet. Det er flere veier å gå. Man kan nytte enkeltstrålerør og elektronomkobler eller den mekaniske omkobleren som er kjent på det svenske marked (E. Knave, Elementa 31, 1948, s. 81). En annen metode, som gjør omkobleren overflødig, er å bruke rør med 2, 3 eller flere stråler (»Multigun»-rør). Det er konstruert rør med opp til 10 stråler. I disse rør er bygget inn katode-anodesystemer for hver stråle, mens alle strålene fokuseres på samme skjermen.

Til undervisningsbruk kommer man imidlertid langt med et dobbeltstrålerør. Dobbeltstråleoscillografen har den fordel at omkobleren faller bort og lærerens arbeid forenkles.

Her skal beskrives et dobbeltstrålerør som forfattaren siden 1948 har brukt i demonstrasjonsundervisningen i realgymnaset, og med godt resultat. Røret er av engelsk fabrikat (Cossor Split-Beam Tube). Det er beskrevet av Fleming Williams, »The Double-Beam Cathode-Ray Oscillograph», i Television and Short Wave World, vol. 12, p. 457, August 1939. Dette røret er enklere og billigere enn de vanlige rør med to K.A.-systemer, idet det bare bruker et sådant. Strålen spaltes i to komponenter ved hjelp av en metallplate som er anbrakt midt imellom de vertikale avbøyningsplater.

Fig. 1. viser skjematisk elektrodesystemet i Cossor-røret. Tett inntil A_3 (3. anode) og langs stråleaksen er anbrakt en tynn metallplate. Den spalter strålen og tjener samtidig som skjerm mellom de to vertikale avbøyningsplater D_3 og D_4. Hvis et potensial påtrykkes en av platene, vil det derfor påvirke bare den ene halvpart av strålen. Skjermplaten og avbøyningsplatene er korte og ligger forholdsvis tett sammen for ikke å redusere følsomheten. Skjermen mellom strålekomponentene er ikke helt effektiv, og det er nødvendig med en korreksjon for å hindre at spenningsimpulser på den ene vertikalplaten D_3 (D_4) påvirker D_4 (D_3)-komponenten. Parallellt med ytre platekant på D_3 og D_4 er montert metalltråder Y_1 og Y_2. Fig. 2 gjengir skjematisk montasjen og virkemåten. Y_1 er forbundet med D_4 og Y_2 med D_3. Blir for eks. en positiv spenning påtrykt D_3 vil strålekomponenten nærmest avbøyes mot platen. Uten korreksjon vilde også den andre komponenten i noen grad avbøyes mot D_3. Fordi Y_2 har kontakt med D_3 får elek-

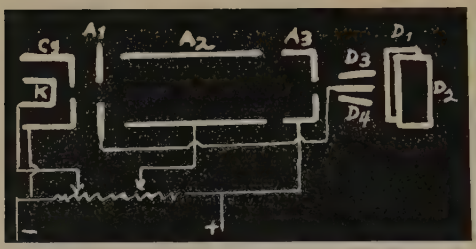


Fig. 1. Elektrodesystemet i Cossor-røret. (Television and Short Wave World.)

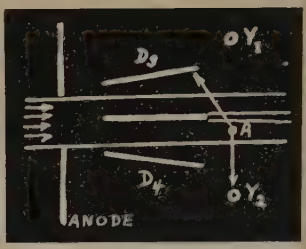


Fig. 2. Skjermsystemet.

troner rundt punkt A en avbøyning mot Y_2 som opphever virkningen fra D_3. Man vil derfor innse at enhver spenning som påtrykkes en av de vertikale plater D_3 eller D_4 praktiskt talt bare påvirker den strålekomponenten som er nærmest platen. Fig. 3 viser den optiske analogi til røret.

Det fremgår av fig. 1 og 2 at hvis de påtrykte spenninger på D_3, Y_2 og D_4 Y_1 er i samme fase, ligger kurvene faseforskjøvet 180° i forhold til hverandre. Fig. 4 viser to identiske sinusspenninger påtrykt vertikalplatene som vi i det følgende, i samsvar med Cossor-oscillografens frontpanel, vil betegne med Y_1- og Y_2-platene.

Det er hensiktsmessig till faseforskyvningsforsøkene å bruke en kobling som fig. 5 viser, helst ferdigmontert og frontplate med koblingsskjema påmalt. Som spenningskilde har forfatteren brukt en tonegenerator, som har den fordel at frekvensen er regulerbar, men man kan selvsagt også nytte 50 p/s vekselspenning fra en transformatorvikling (24—40 volt).

Dreier man venderen over til venstre er de variable motstander på noen tusen ohm hver, R_1 og R_2, innkoblet. Man vil se av figuren at spenningsimpulsene fra R_1 og R_2 er i motsatt fase (180° forskyvning). Kurvene ligger nå som i fig. 6, altså uten faseforskyvning.

Skal man demonstrere faseforskyvning mellom strøm og spenning i en krets med hovedsakelig selvinduksjon, slåes venderen i midstilling,

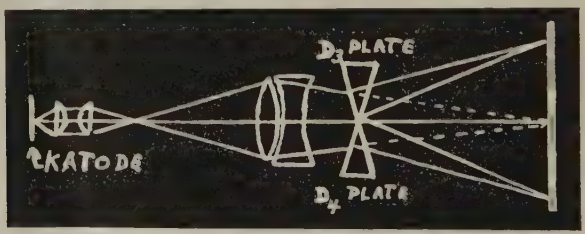


Fig. 3. Optisk analogi til Cossor-røret. (Television and Short Wave World.)

Fig. 4. To identiske sinusspenninger.

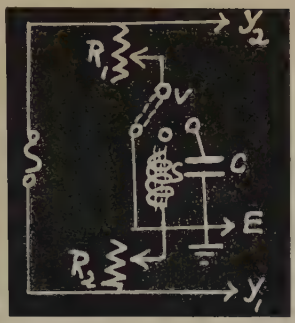


Fig. 5. Koblingsskjema for faseforskyvningsforsøkene.

og selvinduksjonen S (ca. 1200 vindinger) er inne. R_1 kan skyves helt, (eller delvis) ut. I R_2 er strøm og spenning i fase. Mellom S (Y_2)- og R_2 (Y_1)-kurvene vil man iaktta en faseforskyvning på ca. 90°, og S-kurven ligger foran R_2 i fase. I fig. 7 er R_2-kurven litt sterkere eksponert enn den andre, og det vil sees at den ligger till høyre for S-kurven, altså etter i fase.

Hvis kondensatoren C er inne og R_1 ute, viser man på tilsvarende måte faseforskyvningen mellom strøm og spenning, men nå ligger strømmen (i realiteten spenningskurven over R_2) ca. 90° foran spenningen over C.

Man vil med fordel kunne anvende dobbeltstråleoscillografen ved demonstrasjon av transformatoren, idet man får spenningskurvene på primær- og sekundærsiden samtidig på skjermen. Fig. 8 viser spenningskurver med primært 600 vindinger og sekundært 300. Ved å bytte om sekundærspolens klemmskruer kommer kurvene i fase, og det er en enkel sak å måle amplitudeforholdet. Transformatoren er under dette ikke belastet.

At strømmen er »wattløs» når sekundærsiden er uten belastning,

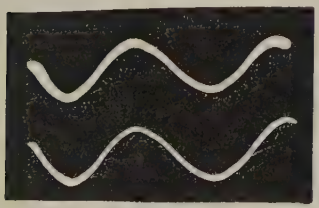


Fig. 6. To sinusspenninger med motsatt fase.

Fig. 7. Faseforskyvning mellom strøm og spenning i krets med selvinduksjon.

Fig. 8. Primær- og sekundærspenninger ved transformator.

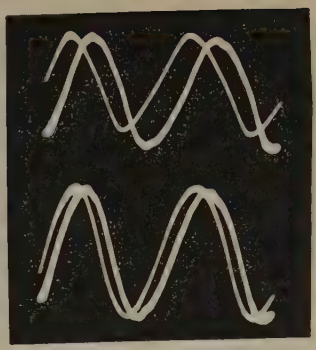


Fig. 9. Faseforskyvning mellom strøm og spenning på primærsiden. Øverst: Sekundærsiden ikke belastet. Nederst: Sekundærsiden belastet.

viser man med en liknende kobling som under faseforskyvningsforsøkene. I serie med primærspolen P (600 vindinger) kobles en skyvemotstand R på ca. 100 ohm, 2,5 A. Den siden av P som er koblet til R går til jord. P-spolens andre side går til Y_2-platen og R-motstanden til Y_1. Er sekundærsiden S (300 vind.) ikke belastet, ligger kurvene faseforskjøvet ca. 90° som øverst i fig. 9, og strømmen er »wattløs». Nå belastes sekundærspolen med ca. 5 A. P-kurvens amplitude avtar og R-kurvens tiltar. For lettere å iaktta faseforskyvningen etterjusteres amplitudene med skyvemotstanden til samme størrelse. Nederst i fig. 9 sees at faseforskyvningen φ har avtatt idet effekten $IU \cos \varphi$ har økt.

Cossor-oscillografen kan selvsagt nyttes også til alle forsøk som krever bare en stråle. Den andre strålen kan reguleres utenfor skjermen eller anvendes som X-akse.

Å fotografere kurvene på skjermen er en enkel sak. De billeder som er gjengitt her er tatt opp av forfatteren ved hjelp av en irisblender, linse og platekassett på en trekantskinne, og fotograferingen er utført i mørklagt rom med Kodak O 800 plater. Kopier, eller diapositiver i et projeksjonsapparat, kan med fordel brukes til undervisningsformål.

Den som arbeider med dobbeltstråleoscillografen vil fort oppdage hvilke fordeler dette systemet byr på, og at det forenkler arbeidet og utvider de eksperimentelle muligheter.

Litteratur

1. Cossor Double-Beam Oscillograph. Instruction Manual.
2. John F. Rider and Seymour D. Uslan, Encyclopedia on Cathode Ray Oscilloscopes and their Uses. New York 1950.
3. Hans Råstad, Dobbeltstråleoscillografen i undervisningen. Fra Fysikkens Verden, Oslo 1953, 3. hefte, årg. 15.

Rymdvinklar

Av rektor Hjalmar Olson, Djursholm

I våra elementära läroböcker i stereometri beröres ej mycket frågan om rymdvinklar och deras beräkning. Efterföljande rent elementära exposé i ämnet, som bl. a. ger ett bevis för de fem regelbundna polyedrarnas existens, torde kunna användas av intresserade elever i högsta ringen som ämne för enskilt studium. Därvid kan för de tresidiga hörnen eventuellt inskränkning göras till de konkava. Häri bör då ingå verifiering av gjorda påståenden och anförda formler (1)—(8). Genom utförande av modeller i anslutning till exemplifieringarna ges tillfälle till uppträning av rumsåskådningen. Några tillämpningar (uppg. 1—9) äro också bifogade. Lärjungearbetet kan lämpligen kombineras med en introduktion i sfärisk trigonometri, omfattande den sfäriska triangelns grundegenskaper och de viktigaste teoremen (se t. ex. Olson—Hjalmars, Stereometri för reallinjens matematiska gren, ex. 134—138).

En enkel konisk yta K_1, vars stödkurva är enkelt sluten (ej skär sig själv), bildar två rymdvinklar A och B, som tillsammans utfylla hela rymden. Vi kalla i det följande två sådana rymdvinklar varandras *explementrymdvinklar*. Den andra delen K_2 av den dubbelkoniska yta, varav K_1 är den ena delen, bildar också två rymdvinklar, explementrymdvinklarna C och D. Den ena av dessa, t. ex. C, kan vridas, så att den blir spegelbild till A. Rymdvinklarna A och C sägas därför vara *symmetriska*. De skola i det följande kallas varandras *vertikalrymdvinklar*. Rymdvinklarna B och D äro också sinsemellan symmetriska. Två rymdvinklar, som tillsammans utfylla en rymdhalva, kalla vi varandras *supplementrymdvinklar*.

För bestämning av en rymdvinkels storlek lägges med spetsen som medelpunkt en sfär med radien $= 1$. Om den yta, som rymdvinkeln upptar på sfären, är Y, säga vi, att rymdvinkelns storlek är Y rymdvinkelenheter. Tydligen har den rymdvinkel, som upptar hela rymden, storleken 4π. Om en rymdvinkels storlek är Y, är dess explementrymdvinkel $= 4\pi - Y$, dess vertikalrymdvinkel $= Y$ och dess supplementrymdvinkel $= 2\pi - Y$.

Om den koniska ytan på enhetssfären avskär en n-sidig, enkelt sluten månghörning, begränsad av storcirkelbågar (sfärisk månghör-

ning), uppkommer en n-sidig *solid* vinkel eller ett n-sidigt *polyederhörn* ($n=3, 4, 5\ldots$). Vinklarna i hörnets plana begränsningsytor mellan hörnkanterna kallas hörnets *sidovinklar*, vinklarna inuti hörnet över en kant mellan sidoplanen kallas *kantvinklar*. Två explementhörn ha samma sidovinklar. Om det enas kantvinklar äro α_ν ($\nu=1, 2\ldots n$), äro det andras kantvinklar i samma ordning $2\pi-\alpha_\nu$ (plana vinklar mätas här och i det följande i radianer, om ej annat angives).

Av särskilt intresse äro de tresidiga hörnen. Antag, att $OABC$ är ett tresidigt hörn med spetsen O, och $OA=OB=OC=1$ och där triangelytan ABC ligger inom hörnet. Antag, att sidovinklarna BOC, COA och AOB äro resp. a, b och c och kantvinklarna över kanterna OA, OB och OC resp. α, β och γ, vilka alla tre äro konkava ($<\pi$). Ett sådant hörn kallas *konkavt*.

Till det konkava hörnet $OABC$ som grundhörn G höra tre supplementhörn S_1, S_2 och S_3 samt dessa fyra hörns explementhörn E, E_1, E_2 och E_3. Sambandet mellan dessa 8 tresidiga hörns sido- och kantvinklar samt antalet N av hörnens konvexa kantvinklar framgår av översikt 1. (Se tillämpningsuppg. 1, sid. 246.)

Översikt 1.

Hörn	Sidovinklar			Kantvinklar			N
G	a,	b,	c	α,	β,	γ	0
S_1	$2\pi-a$,	b,	c	$2\pi-\alpha$,	$\pi-\beta$,	$\pi-\gamma$	1
S_2	a,	$2\pi-b$,	c	$\pi-\alpha$,	$2\pi-\beta$,	$\pi-\gamma$	
S_3	a,	b,	$2\pi-c$	$\pi-\alpha$,	$\pi-\beta$,	$2\pi-\gamma$	
E_1	$2\pi-a$,	b,	c	α,	$\pi+\beta$,	$\pi+\gamma$	2
E_2	a,	$2\pi-b$,	c	$\pi+\alpha$,	β,	$\pi+\gamma$	
E_3	a,	b,	$2\pi-c$	$\pi+\alpha$,	$\pi+\beta$,	γ	
E	a,	b,	c	$2\pi-\alpha$,	$2\pi-\beta$,	$2\pi-\gamma$	3

Det är att märka, att ett vilket som helst av dessa hörn entydigt bestämmer de 7 andra.

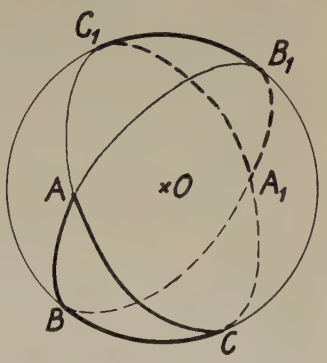
Om tre skilda plan ha en och endast en punkt gemensam, erhållas 8 konkava hörn, som tillsammans utfylla hela rymden och två och två äro varandras vertikalhörn. Varje sådant konkavt hörn är enligt det föreg. grundhörn i en grupp av 8 hörn. De tre planen bilda således inalles 64 tresidiga hörn.

Det ovannämnda hörnet $OABC$ avskär på enhetssfären den sfäriska triangeln ABC (se figuren) med storcirkelbågarna $BC=a$, $CA=b$ och $AB=c$. Den sfäriska triangelns vinklar A, B och C äro resp. α, β

och γ. Uppg. 2. Det tresidiga hörnets storlek mätes av den sfäriska triangelns yta Y, och man har

$$Y=\alpha+\beta+\gamma-\pi \qquad (1)$$

Denna formel härledes för ett konkavt hörn, om man i figuren, där $A_1B_1C_1$ är den mot vertikalhörnet till $OABC$ svarande sfäriska triangeln, observerar vilken yta på sfären, som upptas av de tre »bianglarna» CAC_1BC, BCB_1AB och $AB_1A_1C_1A$. Formelns giltighet för hörn med konvexa vinklar visas sedan lätt genom utnyttjande av supplement- och explementegenskaperna och översikt 1. Uppg. 3.



Storleken av ett godtyckligt n-sidigt hörn med kantvinklarna α_1, $\alpha_2 \ldots \alpha_n$ bestämmes av formeln

$$Y=\sum_{\nu=1}^{n}\alpha_\nu-(n-2)\,\pi \qquad (2)$$

som bevisas genom att man delar upp hörnet i n tresidiga hörn. Uppg. 4.

Följande formler (3) och (4), den sfäriska trigonometriens båda cosinusteorem, ge kantvinklarna resp. sidovinklarna, då det andra slaget vinklar äro givna:

$$\cos\alpha=\frac{\cos\alpha-\cos b\cos c}{\sin b\sin c}, \qquad \cos a=\frac{\cos\alpha+\cos\beta\cos\gamma}{\sin\beta\sin\gamma} \qquad (3)\,(4)$$

Enligt översikten ger (3) två system av kantvinklar, svarande mot ett hörn och dess explementhörn, medan (4) bestämmer sidovinklarna entydigt.

Dessa formler bevisas i sfäriska trigonometrien för konkava hörn. Att de även gälla för ett icke konkavt hörn, visar man genom att jämföra hörnets sido- och kantvinklar med grundhörnets (se översikt 1). Uppg. 5.

För ett regelbundet hörn ger (3) formeln

$$\sin\tfrac{1}{2}\alpha\cos\tfrac{1}{2}a=\tfrac{1}{2} \qquad (5)$$

som är ett specialfall ($n=3$) av följande formel (6), som anger sambandet mellan sidovinkeln a och kantvinkeln α hos ett regelbundet n-sidigt hörn:

$$\sin\tfrac{1}{2}\alpha\cos\tfrac{1}{2}a=\cos\frac{1}{n}\pi \qquad (6)$$

Vi skola använda det föregående för att beräkna några vanliga polyederhörn. Formeln (1) ger för ett kubhörn det väntade värdet $Y=\frac{1}{2}\pi$, dvs. det upptar $\frac{1}{8}$ av rymden. För en rymdvinkel i en regelbunden tetraeder ger (5), att $\alpha=\arccos\frac{1}{3}$, varav enl. (1) $Y=(3\arccos\frac{1}{3}-\pi)=\frac{1}{22}$ à $\frac{1}{23}$ av rymden. Härav följer icke, att man skulle kunna bilda en rymdvinkel av 22 tetraederhörn, som nästan utfyller rymden. I själva verket kan man bilda en rymdvinkel av högst 20 tetraederhörn, varvid rymden f. ö. utfylles av en oregelbunden rymdvinkel, vars storlek är mellan 2 och 3 regelbundna tetraederhörn. Detta förhållande sammanhänger tydligen med att lika stora rymdvinklar, i motsats till plana vinklar, ej behöva vara kongruenta. Uppg. 6.

För konstruktion (gärna för åskådlighetens skull i modeller av styvt papper) av ett regelbundet n-sidigt hörn av storleken $\frac{1}{m}\cdot 4\pi$ (m helt tal), behöver man bestämma sidovinkeln a. Formeln (2) ger

$$a=\frac{4}{mn}\cdot\pi+\frac{n-2}{n}\cdot\pi$$

varav a erhålles ur formeln (6). Sättes $m=5$, $n=3$, erhålles ett regelbundet tresidigt hörn, som upptar $\frac{1}{5}$ av rymden. Man får $a=\arccos(2-\sqrt{5})$. Man kan ej utfylla hela rymden med 5 sådana hörn, ty det skulle betyda existensen av en regelbunden pentaeder. Hopfogas 4 sådana hörn, utgöres den återstående rymden av en oregelbunden, sexsidig rymdvinkel med tre kantvinklar $=\frac{1}{5}\pi$ och de tre övriga $=\frac{7}{5}\pi$. Formeln (2) ger åt dess storlek det väntade värdet $\frac{4}{5}\pi$. Uppg. 7.

Ett regelbundet n-sidigt hörn av storleken $\frac{1}{m_1}\cdot 4\pi$ kallas ett *idealhörn*, om m_1 sådana hörn, lagda intill varandra med gemensam spets och med sammanfallande begränsningsytor, helt utfylla rymden. Antalet olika slags idealhörn kan bestämmas av följande sats:

Det nödvändiga och tillräckliga villkoret för att ett n-sidigt regelbundet hörn skall vara ett idealhörn, är att kantvinkeln har storleken $\frac{1}{m}\cdot 2\pi$, där m är ett helt tal $\geqq 3$.

Villkoret, vars nödvändighet omedelbart inses, begränsar antalet möjliga slag av idealhörn på följande sätt. Av ekv. (2) erhålles

$$Y=\frac{2m-n(m-2)}{4m}\cdot 4\pi=\frac{1}{m_1}\cdot 4\pi \qquad (7)$$

Då bråkets täljare >0, har man, att

$$\frac{2m}{m-2} > n \geqq 3 \tag{8}$$

Man får då översikt 2, som ger 5 möjliga hörn I—V:

Översikt 2.

Hörnet	n	(8) ger:	m	m_1
I, II, III	3	$m<6$	3	4
			4	8
			5	20
IV	4	$m<4$	3	6
V	5	$m<3\frac{1}{3}$	3	12

För $n \geqq 6$ ger (8) $m<3$, vilket är orimligt.

Det återstår att visa, att villkoret också är tillräckligt, så att dessa fem slag av hörn verkligen äro idealhörn, dvs. att vid hopfogningen ej till slut en del hörn mer eller mindre komma att gå i varandra. Av varje slag av hörnen I—V kan man nämligen, som nedan skall exemplifieras, lägga intill varandra $\frac{1}{2}m_1$ stycken, så att ett hörn av storleken 2π bildas, som är kongruent med sitt explementhörn. De båda explementhörnen äro således tillsammans hopsatta av inalles m_1 hörn, som helt uppfylla rymden, dvs. idealhörn.

Av t. ex. 6 hörn av slaget V kan ett dylikt sammansatt hörn byggas upp på följande sätt. Läggas först tre sådana femsidiga hörn med en gemensam kant, erhålles ett 9-sidigt hörn, som har 6 konkava kantvinklar, vardera $\frac{2}{3}\pi$, och 3 konvexa kantvinklar, vardera $\frac{4}{3}\pi$. Till detta 9-sidiga hörn fogas intill de konvexa vinklarna ytterligare 3 hörn av slaget V, varvid erhålles ett 12-sidigt hörn, som avskär på enhetssfären en enkelt sluten sfärisk 12-hörning. Hörnets storlek är 2π, och de 12 kantvinklarna äro i ordning

$$\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$$

Då explementhörnet har samma kantvinklar i samma ordning, äro de båda hörnen kongruenta. Uppg. 8.

Av det föreg. följer, att det finns fem och endast fem olika slag av idealhörn. Då en regelbunden polyeder kan anses bildad av ett antal kongruenta, regelbundna pyramider med topphörnet ett idealhörn, existerar det alltså även fem och endast fem olika slag av regelbundna polyedrar. Uppg. 9.

Tillämpningsuppgifter.

1. Framställ en modell av ett tresidigt konkavt hörn och dess supplementhörn och konstatera sambandet mellan vinklarna enligt översikt 1.
2. Fixera sidor och vinklar i de sfäriska trianglar i figuren, som motsvara de i det föreg. omnämnda 64 rymdhörnen.
3. Visa, att ett tresidigt hörns storlek är $Y = \frac{1}{180}\pi(A+B+C-180)$, då kantvinklarna äro A°, B° och C°.
4. En punktformig ljuskälla O med den totala effekten 100 watt utstrålar lika mycket ljus i alla riktningar. Ljuskällan belyser en kvadratisk skärm med sidan 1 m och mittpunkten A. Avståndet OA, som är vinkelrätt mot skärmen, är 1 m. Beräkna den del av effekten, som kommer skärmen tillgodo.
5. Visa, att formlerna (3) och (4) även gälla för icke konkava hörn.
6. Ett hörn i en regelbunden tetraeder upptar $\frac{1}{22}$ à $\frac{1}{23}$ av rymden (se sid. 244). Bestäm motsvarande tal för oktaedern, ikosaedern och dodekaedern. Tillverka modeller, sammanställ dem till en så stor rymdvinkel som möjligt och studera den återstående oregelbundna rymdvinkeln.
7. Konstruera ett regelbundet 8-sidigt hörn, som upptar $\frac{1}{6}$ av rymden. Gör samma modellundersökning som i det föregående.
8. Beräkna sidovinkeln i de fem slagen idealhörn och konstruera dessa. Lägg på lämpligt sätt intill varandra $\frac{1}{2}m_1$ kongruenta idealhörn, så att ett hörn bildas, som är kongruent med sitt explementhörn.
9. Om av en regelbunden oktaeder hörnen bortskäras, så att av sidorna återstå liksidiga trianglar, uppstår en semireguljär polyeder, begränsad av 6 kvadrater och 8 liksidiga trianglar. Om plan läggas genom polyederns kanter och dess medelpunkt, uppstå vid denna 14 regelbundna rymdvinklar. Bestäm deras storlek.

Joner i lösning — ett nytt betraktelsesätt presenteras

Av lektor Bertil Englund, Uppsala

Elektriska dipoler uppföra sig i ett elektriskt fält på samma sätt som magnetiska i ett magnetiskt. Alla vanliga lösningsmedel bestå av molekyler med dipolmoment. Om en jon avlägsnas ur en lösning, bli de lösningsmedelsmolekyler fria, som varit bundna i dess elektriska fält, och resultatet blir en avkylning. Den magnetiska analogien till detta tankeexperiment har som bekant kunnat utnyttjas för att uppnå extremt låga temperaturer.

På detta sätt inleder Ronald W. Gurney sin i många avseenden originella bok »Ionic Processes in Solution» (McGraw-Hill Publishing Co., New York 1953, 275 p., $ 6.50). Gurney framhåller, att studiet av elektrokemin mer än hittills bör utnyttja den rika kunskap om joner i gaser och i vacuum, som fysiken har gett oss. De första kapitlen behandla därför de fundamentala principer, som studiet av joner i lösning skall byggas på.

I molekylen HCl finnas två atomkärnor inom elektronmolnet. Det fordras ett visst arbete att avlägsna protonen ur molnet. För att uttrycka energiförhållandena vid en sådan »*proton transfer*» införes ett begrepp *proton-nivå*. Molekylen HCl säges ha en »upptagen nivå» och jonen Cl^- en »ledig nivå» för en proton. Energien för den upptagna nivån definieras som skillnaden i energi mellan de normala kvanttillstånden hos molekylen, som innehåller protonen, och hos jonen, som saknar protonen.

Innebörden av begreppet kan belysas med ett exempel. Partiklarna O^{--}, OH^-, H_2O och H_3O^+ innehålla alla lika många elektroner, men antalet protoner, som äro inbäddade i elektronmolnet kring syrekärnan, är olika. Dessa protoner befinna sig på olika nivåer; de ha, om man så vill uttrycka det, olika energitillstånd inom atomförbandet.

Vid en protonförflyttning som $AH+B \rightarrow A^-+BH^+$ utföres arbete att skapa de två elektrostatiska fälten. Detta arbete anges med en storhet J, som är störst, om processen sker i vacuum och mindre i medier med större dielkonstant. Nu är vatten med sina oregelbundenheter i täthet, kompressibilitet m. m. inte det enklaste lösningsmedlet, men det vanligaste. För en process $HA+H_2O \rightarrow A^-+H_3O^+$, då en proton lyftes till den lediga nivån i H_2O från en upptagen nivå i en syra, har man $J=-kT \ln K$, där K är jämviktskonstanten för förloppet och

k en universell konstant. För vattenlösningar blir $J = -k_1(pK_a - \log 55{,}5)$, då K_a är den vanliga syrakonstanten. J uttryckes i elektron-volt. I ett diagram över J-värdena i vattenlösning tages 0-punkten vid den lediga nivån i H_2O (som är identisk med den upptagna nivån i H_3O^+). Svagare syror ha numeriskt större J-värden:

H_3O^+	HCOOH	CH_3COOH	H_4N^+	HCO_3^-	H_2O
0	−0,32	−0,38	−0,63	−0,73	−1,04 eV

I de tre reaktionerna

$$HCl + H_2O \rightarrow H_3O^+ + Cl^-$$

$$H_3O^+ + OCOCH_3^- \rightarrow HOCOCH_3 + H_2O$$

$$HOCOCH_3 + OH^- \rightarrow OCOCH_3^- + H_2O$$

falla protoner enligt denna skala undan för undan till lägre nivåer. Den »upptagna» nivån i HCl ligger som man märker ovanför skalans nollpunkt. Detta område motsvarar alltså instabila protoner; alla klorvätemolekyler, som föras in i vatten, lämna som bekant dessa till vattenmolekyler. Med hjälp av J-skalan tolkas protolytiska förlopp ofta enkelt och elegant: hydrolysen av ammoniumsalter innebär en protonförflyttning från den upptagna nivån i H_4N^+ till den lediga i H_2O och har tydligen alls ingenting att göra med, om OH^--joner finnas, vilket den klassiska förklaringen med vattnets dissociation menar.

Protolyserna kunna indelas i fyra klasser med hänsyn till om elektriska fält uppstå eller försvinna vid reaktionen; om antalet laddade partiklar blir oförändrat i lösningen som i förloppet $H_4N^+ + H_2O \rightarrow H_3N + H_3O^+$ är mediets inflytande på jämvikten mindre än vid andra förlopp, t. ex. den vanliga protolysen av en oladdad syra.

Som exempel på protolyser av de nämnda fyra klasserna kunna här anföras:

I $$H_4N^+ + H_2O \rightleftarrows H_3N + H_3O^+$$

II $$NH_3^+ - CH_2COOH + H_2O \rightleftarrows NH_3^+ - CH_2COO^- + H_3O^+$$

III $$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$$

IV $$HSO_4^- + H_2O \rightleftarrows SO_4^{--} + H_3O^+$$

Åt lösningsmedlens struktur och dennas inflytande på jonprocesserna ägnar Gurney stor uppmärksamhet, och för andra lösningsmedel än vatten kan han ställa upp liknande J-skalor som den ovan nämnda. Diskussionerna av dessa ha gett intressanta resultat, t. ex. att salpetersyra är en svag syra i metanol, att karbonsyror äro

starka syror i flytande ammoniak och att natriumsulfat undergår kraftig solvolys i myrsyra.

För de nya begrepp, som Gurney behöver, präglar han med friskt mod nya ord. Några av dem äro nog värda att beaktas. Vid studiet av joner i vacuum intresserar man sig mest för deras elektronstruktur, men i utspädda lösningar kommer ju intresset mest att fästas vid den lilla del av lösningen, som just omger jonen och modifieras av det elektriska fältet. Detta område kallar Gurney *the co-sphere of the ion.*

Vid de termodynamiska utredningarna använder författaren ordet *kratisk* (av ett grekiskt ord krasis=blandning) för att kännetecknа den del av energien, som har samband med själva blandandet av ett visst antal partiklar lösningsmedel och löst substans. En ändring i fri energi skrives som en summa av två termer, en »unitarisk» och en »kratisk».

För en grupp av joner, som »höra ihop», t. ex. en Ca^{++} och två Cl^{-} eller två Li^{+} och en CO_3^{--}, finns enligt Gurney ingen lämplig benämning (han har ju inte läst svenska skolböcker). Han gör här ordet *kome* (av grekiska komos=svärm m. m.) och anger sålunda exempelvis fällningsvärmet för ett salt i elektronvolt per kome. Begreppet kome förefaller mig vara ett specialfall av formelvikt. Med enheten formelvikt per liter uttrycker man ju entydigt en lösnings halt, då däremot enheten mol per liter kan tolkas på flera sätt — märk t. ex. mångtydigheten av »0,1-molar arseniksyrlighet», som är As_4O_6, As_2O_3, H_3AsO_3, $HAsO_2$ eller hur man vill skriva »molekylen».

Indikatorerna ordnas in på ett naturligt sätt i *J*-skalorna, och omslagsintervallet anges i elektronvolt. På så sätt har man en möjlighet att utbygga indikatorskalan till de »översura» lösningsmedlen såsom isättika och konc. svavelsyra. Det är anmärkningsvärt, att pH-begreppet aldrig användes, inte ens omnämnes i ett arbete, som avhandlar syror och indikatorer så grundligt. Kan det kanske undvaras? Men det dröjer väl innan vi lärt oss hantera en surhetsskala, som är graderad i elektronvolt. Redan pH är ju så svårt: i årets inhemska bokflora spira så vackra blommor som att pH aldrig kan bli större än 14 och att bokstaven p är en beteckning för osmotiskt tryck!

Om oxidationstal vid organiska föreningar

Av docent Sigvard Wideqvist, Uppsala

I några uppsatser i Elementa [*32* (1949), 9, 122, 126] ha läroverksadjunkt Einar Grimsell samt lektorerna Bertil Englund och Evald Samén fört en mycket intressant diskussion om oxidationstal och valenstal vid organiska föreningar. Saken torde emellertid tåla att diskuteras ytterligare.

Englund och Grimsell ha bland annat diskuterat den av Meyer uppdagade reaktionen, att metyljodid vid reaktion med natriumarsenit ger ett salt av metylarsonsyra. I reaktionsprodukten är arseniken 5-värd, under det att utgångsmaterialet innehåller 3-värd arsenik. Englund påpekar, att denna reaktion alltid varit en stötesten ur valenssynpunkt. Svårigheten att tolka reaktionen har varit, att valensändringen från 3-värd till 5-värd, enligt klassiskt betraktelsesätt, sker utan medverkan av något oxidationsmedel.

Grimsell finner emellertid, att reaktionen lätt kan förklaras som en redoxprocess, om Paulings betraktelsesätt med *oxidationstal* tillämpas: *Det är jodatomen, som är ansvarig för valensändringen hos arsenikatomen.* Enligt Paulings tabellerade värden på grundämnenas relativa elektronegativitet skall kol vara starkare elektronegativt än jod. I metyljodid får därför kolet OT (oxidationstalet) −4 och joden +1. I natriumjodid däremot, som bildas som reaktionsprodukt, har joden OT −1. Med oxidationstalen utsatta för jod- och arsenikatomerna fås reaktionsformeln

$$CH_3\overset{+1}{J}+Na_3\overset{+3}{As}O_3\rightarrow CH_3\overset{+5}{As}O(ONa)_2+Na\overset{-1}{J}$$

Enligt Grimsell stämmer reaktionsformeln exakt med oxidationstalen: Arsenikatomens OT har ökat 2 enheter och jodatomens minskat lika mycket. Mot denna förklaring anmärker Englund, att reaktionen går på samma sätt även med alkylbromider och alkylklorider. Eftersom såväl brom som klor äro mera elektronegativa än kol, så har i dessa föreningar halogenen OT −1. Följaktligen kan As-atomen ej ha »oxiderats» av halogenen.

Vi skola nu betrakta en annan reaktion, som stundom brukar benämnas Arbusows reaktion (Chem. Zentralbl. *1906: 2*, 1638), ehuru den dock åtminstone i princip varit känd tidigare (jfr Michaelis och Kaehne, Ber. *31* (1895), 1048): Om man blandar ekvimolära mängder metyljodid och trimetylfosfit samt upphettar blandningen till kokning, så överdestillerar metyljodiden. Den kvarblivande estern är emellertid icke trimetylfosfit utan metylfosfonsyredimetylester:

$$CH_3J+P(OCH_3)_3\rightarrow CH_3J+CH_3PO(OCH_3)_2$$

Här har skett en ökning av fosforns valens från 3 till 5. I motsats till den Meyerska reaktionen har man emellertid som »biprodukt» återfått den ena utgångssubstansen, nämligen metyljodid. Vid den Meyerska reaktionen fick man natriumjodid. Eftersom ju vid den Arbusowska reaktionen oxidationstalen för de i metyljodiden ingående atomerna måste vara desamma såväl före som efter reaktionen, så kan man ej här påstå, att joden skulle vara ansvarig för valensändringen hos fosforn.

Själva reaktionen kan vid första påseendet verka paradoxal. Arbusow har emellertid lämnat den riktiga tolkningen av reaktionsmekanismen. Första steget är en anlagring av metyljodid till trimetylfosfit, varvid bildas ett fosfoniumsalt, från vilket metyljodid sedan avspaltas:

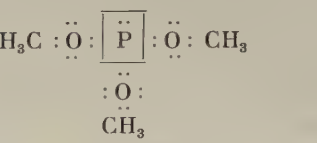
$$CH_3J + P(OCH_3)_3 \rightarrow [CH_3P(OCH_3)_3]^+J^- \rightarrow CH_3PO(OCH_3)_2 + CH_3J$$

Att denna tolkning är riktig har bevisats av Arbusow, som lyckats att i ett visst fall isolera det intermediära fosfoniumsaltet. Han utgick då från trifenylfosfit, som vid reaktion med metyljodid bildade ett kristalliserat salt med sammansättningen

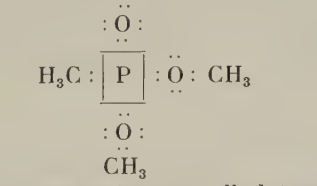
$$[CH_3PO(OC_6H_5)_3]^+J^-$$

Vid upphettning sönderdelas saltet under bildning av jodbenzol och metylfosfonsyredifenylester.

Om Arbusows reaktion skall uppfattas som en redoxprocess, så måste denna äga rum *intramolekulärt*. En tillämpning av Paulings idéer synes även giva stöd åt detta antagande. Trimetylfosfit har strukturen



Här ha kolatomerna och syreatomerna OT −2 samt fosforatomen OT +3. I metylfosfonsyreestern



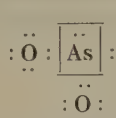
har fosforn OT +5, syreatomen och metoxylkolatomerna −2 men den till fosforn direkt bundna kolatomen OT −4. Genom att en metylgrupp flyttats från syret till fosforn, har alltså kolatomens oxidationstal minskat från −2 till −4. Samtidigt har fosforatomens oxida-

tionstal ökat lika mycket, nämligen från +3 till +5, vilket alltså kan anses förklara reaktionen som en redoxprocess.

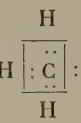
Som Arbusow påpekat är metyljodidens verkan rent katalytisk. Med oxidationstalen utsatta för de viktigaste atomerna fås sålunda följande reaktionsformel:

$$\overset{+3}{\mathrm{P}}(\overset{-2}{\mathrm{O}}\mathrm{CH_3})_3 \xrightarrow{\mathrm{CH_3J}} \mathrm{CH_3}\overset{+5}{\mathrm{P}}\mathrm{O}(\overset{-2}{\mathrm{O}}\mathrm{CH_3})_2$$

Utgående från ovanstående resonemang skulle man även kunna förklara Meyers reaktion på analogt sätt. Arsenitjonen har strukturen



med OT +3 för arseniken. Metyljodiden måste säkerligen anses ha strukturen

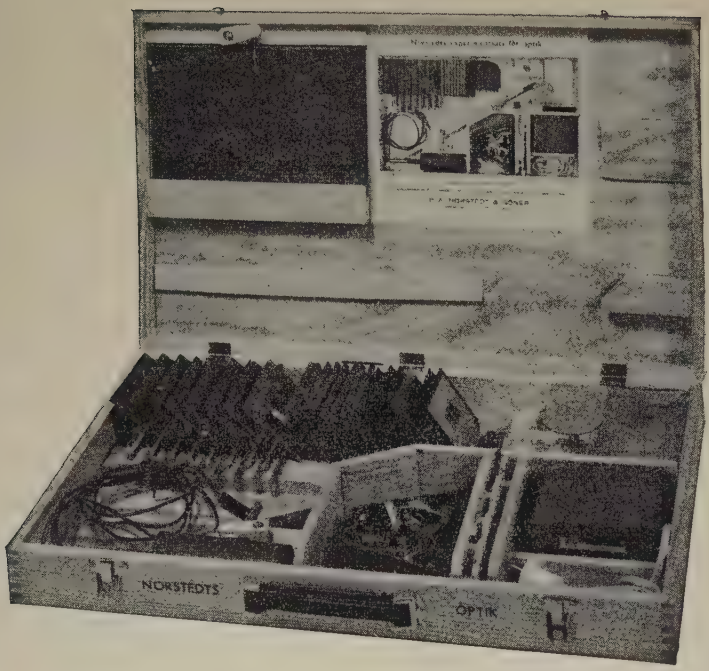


Kolatomen har alltså OT −2 och joden −1 i stället för −4 resp. +1, som Grimsell med strikt tillämpning av Paulings siffror antager. Vid reaktionen avspjälkas joden som negativ jon, med OT −1, och arsenikatomen anlagrar sig med sitt ensamma elektronpar till elektronluckan på metylkolatomen. Eftersom kolet attraherar elektronerna starkare än arseniken, får kolet nu OT −4, under det att OT för arsenikatomen ökar från +3 till +5. Resultatet blir alltså detta, att det är *metylkolatomen* och icke jodatomen, som är orsaken till att arsenikens OT ökar från +3 till +5. På detta sätt förklaras motsägelsefritt arsenitets reaktion även med alkylbromider och alkylklorider.

Som även Englund påpekar, bör man nog vara rätt försiktig vid utnyttjande av Paulings siffror på de relativa elektronegativiteterna. För övrigt är skillnaden mellan de relativa elektronegativiteterna för kol och jod så obetydlig, att man enbart ur siffervärdena på dessa ej torde kunna draga några definitiva slutsatser beträffande metyljodidens struktur.

Den av Samén omnämnda isomeriseringen av alkylsulfiter till alkylsulfonsyreestrar torde även kunna förklaras på ovanstående sätt. Även denna reaktion har studerats av Arbusow (Chem. Zentralbl. *1909: 2*, 685). Han fann, att dimetylsulfit vid upphettning med metyljodid till 115—120° under 12 timmar gav metansulfonsyremetylester ehuru i ringa utbyte.

Norstedts experimentsats för optik



Pris inkl. förvaringslåda av trä
kronor 285:—

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen — Box 898 — Stockholm 1

Das Standardwerk der physikalischen Messtechnik

Kohlrausch

PRAKTISCHE PHYSIK

zum Gebrauch für Unterricht, Forschung und Technik. *20., vollständig neubearbeitete Auflage* herausgegeben von Hermann Ebert und Eduard Justi. Unter Mitwirkung von 44 Fachwissenschaftlern für die einzelnen Fachgebiete.

Band I. Allgemeines über Messungen und ihre Auswertung, Mechanik und Akustik, Wärme und Zustandsgrössen, Optik. Etwa 700 Seiten mit Bildern. *Preis zirka 51 kronor.* Erscheint Dezember 1954.

Band II. Elektrizität und Magnetismus, Korpuskeln und Quanten. Erscheint 1955.

Dieses Standardwerk wurde dem heutigen Stand der Forschung entsprechend unter weitgehender Auswertung des wichtigsten in- und ausländischen Schrifttums grundlegend neu bearbeitet. Damit ist einem bereits seit langem bestehenden Bedarf in der physikalischen Fachwelt entsprochen worden.

Ett utförligt prospekt sändes på begäran. Beställningar emottagas av

LINDSTÅHLS

AB Henrik Lindståhls Bokhandel · Odengatan 22 · Stockholm Va · Telefon växel 234425

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall, London 1954:

V. K. Zworykin/G. A. Morton, *Television.* The Electronics of Image Transmission in Color and Monochrome. Pp. 1037, $ 17.50.

F. London, *Superfluids,* Vol. II. Pp. 217, $ 8.00.

M. O. Withey/G. W. Washa, *Materials of Construction.* Pp. 870, $ 9.00.

J. M. Lessells, *Strength and Resistance of Metals.* Pp. 450, $ 10.00.

A. R. Doolittle, *The Technology of Solvents and Plasticizers.* Pp. 1056, $ 18.50.

H. Udin/E. Funk/J. Wulff, *Welding for Engineers.* Pp. 430, $ 7.50.

Successful Commercial Chemical Development. Editor in Chief H. M. Corley, Pp. 374, $ 7.75.

Syntetic Rubber. Prepared under the auspices of the American Chemical Society. Editor in Chief G. S. Whitby. Pp. 1044, $ 18.00.

Decision Processes. Edited by R. M. Thrall/C. H. Coombs/R. L. Davis. Pp. 332, $ 5.00.

A. E. Green/W. Zerne, *Theoretical Elasticity.* Oxford Univ. Press 1954, 442 pp., 50 s. net.

M. A. Jawson, *The Theory of Cohesion.* Pergamon Press, London 1954, 245 pp., 37 s. 6 d.

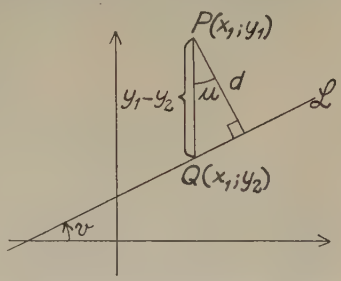
J. M. A. Lenihan, *Atomic Energy and its Applications.* Pitman & Sons, London 1954, 265 pp., 22 s. 6 d. net.

Forts. å bladet intill sid. 264.

Notiser

Avståndet från en punkt till en rät linje

Uppgiften att beräkna avståndet från en punkt till en rät linje brukar genomgås i specialkursen i samband med diskussionen av räta linjens ekvation under normalformen. Detta avstånd kan dock enkelt härledas även i allmänna kursen, vilket kan ske på flera olika sätt (se t. ex. H. Skog, Elementa *36*, 32, 1953). — Följande metod visades mig för några år sedan av läroverksadjunkt Helge Almgren.



Antag ekvationen för linjen L vara $Ax+By+C=0$, där $B>0$. Avståndet från punkten $P(x_1;\ y_1)$ till L är då, om P ligger över linjen (se fig.), $d=PQ\cdot\cos u=(y_1-y_2)\cdot\cos u$.

Om linjens riktningsvinkel betecknas med v, är $\operatorname{tg} v=-A/B$. För $0°<v<90°$ är $\cos v=B:\sqrt{A^2+B^2}$ och $u=v$, alltså $\cos u=B:\sqrt{A^2+B^2}$. För $90°<v<180°$ är $\cos v=-B:\sqrt{A^2+B^2}$ och $u=180°-v$, alltså $\cos u=B:\sqrt{A^2+B^2}$. För båda fallen gäller således

$$d=\frac{By_1-By_2}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{Ax_1+By_1+C}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

ty punktens Q:s koordinater satisfiera L:s ekvation: $Ax_1+By_2+C=0$, dvs. $-By_2=Ax_1+C$.

Om P ligger under linjen erhålles i stället $d=(y_2-y_1)\cdot\cos u=$ $=-(Ax_1+By_1+C):\sqrt{A^2+B^2}$.

Regeln blir alltså, att avståndet från punkten $(x_1;\ y_1)$ till linjen $Ax+By+C=0$ erhålles genom uttrycket

$$d=\pm\frac{Ax_1+By_1+C}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

där tecknet + användes, om punkten ligger över linjen, och tecknet −, om punkten ligger under linjen.

Om linjen är parallell med y-axeln, är $B=0$. I detta fall kan avståndet erhållas direkt. För alla övriga fall är ovanstående härledning giltig.

Carl Victor Jonsson

Bildkonstruktion vid brytning i en sfärisk gränsyta

Enligt den elementära teorien (enl. Gauss) kan för centrala strålar bilden konstrueras på enkelt sätt (fig. 1).

Medierna I och II skiljas av en sfärisk yta S (med medelpunkten M), som skär en huvudaxel α i O. I ett axelsnitt dragas normalerna m och t till α i M resp. O. På m avsättes åt samma håll MN_1 och MN_2 lika

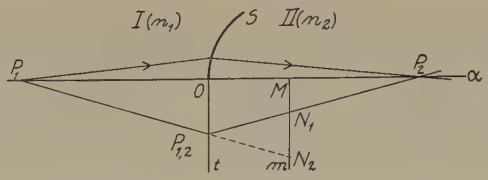


Fig. 1. Bildkonstruktion vid brytning i en sfärisk yta.

med eller proportionella mot resp. brytningsexponenter n_1 och n_2. Vid strålgången I→II får man bilden P_2 av den på α belägna P_1 sålunda:

> *Drag primärstrålen P_1N_2, som skär normalen t i $P_{1,2}$; drages sedan sekundärstrålen $P_{1,2}N_1$, så skär den α i P_2.*

Detta inser man omedelbart genom att övertyga sig om att N_1 är bilden av N_2 vid samma strålgång. Betraktas den i riktningen ON_2 infallande strålen, så är $n_1 \operatorname{tg} MON_2 = n_2 \operatorname{tg} MON_1$, och således är ON_1 tillhörande sekundärstråle enligt ifrågavarande teori. Att dessutom bilden av N_2 ligger på m följer av att M är sin egen bild.

Det må påpekas att man ur likformiga trianglar i fig. 1 lätt erhåller den kända formeln: $n_1/a_1 + n_2/a_2 = (n_2 - n_1)/r$.

Det är klart hur foci konstrueras genom förläggning av P_2 eller P_1 till α:s ∞-punkt. — Bilden av en punkt Q_1 utanför α och m fås som korsning mellan den invarianta strålen Q_1M och den sekundärstråle, som hör till den primära Q_1N_2 enligt grundkonstruktionen.

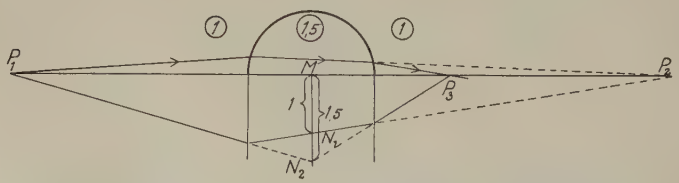


Fig. 2. Bildkonstruktion vid brytning i ett glasklot.

Konstruktionsförfarandet kan successivt utsträckas till flera centrerade

sfäriska ytor. — Särskilt enkelt blir det klassiska exemplet, centrala strålars gång genom ett glasklot ($n_2=1{,}5$) i luft ($n_1=n_3=1$), såsom undre hälften av fig. 2 visar. Övre hälften är en kompromiss, där strålarna utväxlas på klotytan i stället för i tangentplanen men bilderna P_2, P_3 bibehållas.

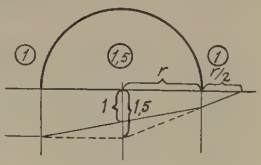


Fig. 3. Konstruktion av fokus för ett glasklot.

I fig. 3 visas konstruktionen av fokus ($P_1=\infty$). Med huvudräkning inses, att dess avstånd från M är 1,5 *r*. Klotet ger i luft samma Gaussiska avbildning som en tunn lins belägen i normalplanet mot α genom M och med brännvidden 1,5 *r*.

Josef Andersson

En optisk sats

Ett av fysikproblemen vid skrivningen för studentexamen i mars 1954 ger anledning erinra om följande allmänna sats:

> En rad sfäriska skiljeytor S_1, S_2, ..., S_{n-1} med gemensam huvudaxel utgöra gränser mellan medierna m_1, m_2, ..., m_n i ordning, vartill kommer, i sista mediet, en sfärisk spegel S med samma huvudaxel som skiljeytorna. Den avbildning av en punkt i m_1, (det är hela tiden fråga om den elementära avbildningen enligt Gauss) som åstadkommes av centrala strålar vilka passera m_1, ..., m_n i denna ordning, reflekteras mot S och sedan återvända genom medierna i motsatt ordning, är identisk med den som en enda sfärisk spegel Σ i m_1 förmedlar.

Antag nämligen att punkten μ (på huvudaxeln) i m_1 är bilden av medelpunkten M till (den klotyta varav) S (utgör en del) i m_n, då strålgången är $m_n \to m_{n-1} \to \ldots \to m_1$ (centrala strålar). En från μ utgående stråle $m_1 \to m_2 \to \ldots \to m_n$ återvänder då samma väg den kommit från S, och μ är medelpunkten till Σ. Antag vidare att ω är den punkt på

Schematisk fig. för fallet $n=2$: A, B föremål och bild; M medelp., O »mittp.» för spegeln S; μ medelp., ω »mittp.» för spegeln Σ.

huvudaxeln i m_1, som på samma sätt utgör bilden av den i m_n på huvudaxeln liggande »mittpunkten» O till S. En från ω utgående stråle

$m_1 \to \ldots \to m_n$ återvänder då till ω längs en väg $m_n \to \ldots \to m_1$, som är spegelbilden i huvudaxeln av den under första etappen tillryggalagda. Därför kan ω anses vara mittpunkt till Σ. Den på Σ grundade bildkonstruktionen ger tydligen samma resultat som en fullständig genomgång av $2n$—1 successiva avbildningar. Det torde vara onödigt uppehålla sig vid fallen $\mu \to \infty$ eller $\omega \to \infty$. Bifogade schematiska figur belyser fallet $n=2$. *Josef Andersson*

Ersättningsemk och ersättningsresistans

Om i fig. 1 spänningen mellan A och B är U och om R_1 och R_2 representerar totala resistansen i resp. grenar, är $U=E_1-R_1I_1=$ $=E_2-R_2I_2$. Man kan nu skriva:

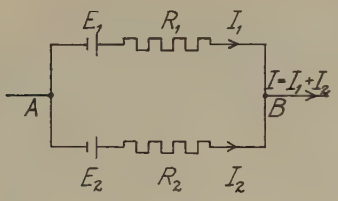


Fig. 1.

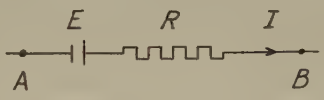


Fig. 2.

$$U=\frac{R_2U+R_1U}{R_1+R_2}=\frac{R_2(E_1-R_1I_1)+R_1(E_2-R_2I_2)}{R_1+R_2}=\frac{R_2E_1+R_1E_2}{R_1+R_2}-\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}(I_1+I_2)$$

Sättes $\quad \frac{R_2E_1+R_1E_2}{R_1+R_2}=E$ och $\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=R$

fås $\quad U=E-RI.$

Kopplingen i fig. 2 är sålunda ekvivalent med den ursprungliga i fig. 1. Storheterna E och R benämnes lämpligen *ersättningsemk* resp. *ersättningsresistans*. Kopplingen i fig. 2 kallar vi ersättningskoppling.

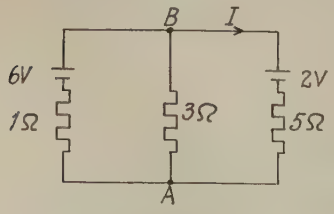


Fig. 3.

Exempel. Se fig. 3. Vänstra maskan är ekvivalent med en emk$=\frac{3\cdot 6+1\cdot 0}{3+1}=$ $=4{,}5$ V i serie med en resistans$=\frac{3\cdot 1}{3+1}=$ $=0{,}75\ \Omega$, varför I blir $=\frac{4{,}5-2}{0{,}75+5}=\frac{10}{23}$ A.

För en parallellkoppling med n grenar får man

$$U = E_1 - R_1 I_1 = E_2 - R_2 I_2 = \ldots = E_n - R_n I_n =$$

$$= \frac{E_1/R_1 + E_2/R_2 + \ldots + E_n/R_n}{1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n} - \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n} (I_1 + I_2 + \ldots + I_n),$$

varav emk och resistans i ersättningskopplingen framgår.

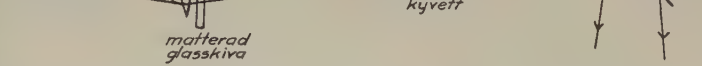
Detta förfarande medför ibland enklare räkningar än »potentialvandringsmetoden» och torde vara värt att omnämnas även i elementär undervisning.

Lektor Josef Andersson har haft vänligheten meddela mig, att för ett godtyckligt nät, innehållande elektromotoriska krafter och resistanser, gäller en generell sats, Thévenins teorem, varav ovanstående är ett specialfall. Det är redaktionens avsikt att senare återkomma till den generella satsen och dess betydelse för kretsberäkning.

Olof Olsson

Vid demonstration av Tyndalleffekten

är det fördelaktigt att sätta en planspegel i ljusknippets väg efter genomgången av kyvetten med den kolloida lösningen enligt figuren, som visar anordningen sedd uppifrån. Spegeln skall vara vänd mot åskådarna och vridbar mot olika delar av auditoriet. Meningen är att visa lösningen samtidigt i genomfallande ljus och sidobelysning.



Det är nödvändigt att efter linsen hålla en matterad glasskiva, emedan eljest den starka lampan kommer att dominera i bilden. En demonstration av kolloidalt guld kan exempelvis utföras sålunda. Kyvetten av plast, 10 cm lång, grund och lagom smal, fylles med destillerat vatten. Man tillsätter ett par droppar guldkloridlösning och efter omröring ett par droppar svag garvsyralösning. Den karakteristiska ljuskonen, som beror på kolloiden, framträder snart och tillväxer. Sedd i spegeln är lösningen hela tiden fullt klar, men blir givetvis mer och mer röd. På själva spegelytan blir den belysta delen också efter hand röd. Att lösningen, sedd från samma håll, är på en gång klar och grumlig, är ganska effektfullt.

G. Starck

Ett enkelt planetarium

Vid undervisningen i astronomi har man stor glädje av ett planetarium. Ett dylikt av tyskt fabrikat har beskrivits av Wingårdh och Karlberg i Elementa *21* (1938) 98. En sådan apparat är dock dyrbar och

därför för de flesta skolor omöjligt att anskaffa. Ett enkelt planetarium kan man själv tillverka på följande sätt.

Man behöver en glob med minst 30 cm diameter, av papp, plåt eller annat lämpligt material. Det finns ståltrådsställningar för klotrunda lampskärmar, som kan kläs över med papper. En kasserad jordglob är också bra. Globen monteras med en glödlampa i centrum. Man kan gänga på en lamphållare på ett 10 mm mässingsrör. Globen fästes sedan ungefär som på en vanlig »kökspendel»-armatur vid en hylsa, som man trätt utanpå mässingsröret. Glödlampan kan vara en tonfilmlampa för 6 V, 5 A med nästan punktformig glödtråd. Philips 6164 M eller 6106 M är bra; Lumas T 5 är också användbar, men den har något större glödtråd.

I globen sticker eller borrar man hål för de stjärnor man vill ha med, 3 mm hål för stjärnor av första storleksordningen, 2 mm för andra och tredje och 1 mm för svagare stjärnor. Inprickningen av stjärnor göres med hjälp av en stjärnkarta, sedan man på globen ritat upp meridianer och parallellcirklar. Beträffande urvalet kan man göra så, att man tar med de mera bekanta stjärnbildernas starkaste stjärnor, ljussvaga stjärnor endast om det är nödvändigt för att man skall känna igen stjärnbilden. Man ser till att ingen större del av himlen blir helt utan stjärnor.

Planetariet fästes med en kraftig vridbar muff vid ett kort stativ med tillräckligt stor bottenplatta eller bättre vid ett stativ med klämfot och placeras mitt i rummet. Man gör mörkt i rummet, lampan tändes (kan drivas med 7 volt, den håller länge ändå), och tak och väggar fylls av stjärnor. Då globen roteras, ser man hur stjärnorna rör sig, och det spelar faktiskt ingen roll, att rummet inte är sfäriskt eller att mindre partier ej är ljust målade. Man känner lätt igen stjärnbilderna även då de till en del hamna på väggen och till en del i taket.

Med hjälp av planetariet kan man ge en orientering över stjärnhimlens rörelse på olika breddgrader, vilket sker genom att axelns lutning ändras. Man ser tydligt att vid rotation kring axeln polstjärnan står stilla och att övriga stjärnor beskriver cirklar kring denna, att vid polen en stjärna alltid har samma höjd över horisonten och att vid ekvatorn stjärnbanorna är olika stora halvcirklar.

Om man så vill kan man omge planetariet med en pappcylinder, som har sin överkant i höjd med sfärens medelpunkt. Man får då en mer markerad horisontlinje. Detta är dock ingalunda nödvändigt. I närheten av södra himmelspolen kan några stjärnor ej anbringas på grund av lampgenomföringen. Där finns emellertid turligt nog inga ljusstarka objekt.

Utförd med glob av bakelit kan apparaten erhållas komplett från AB. Norstedt & Söner.

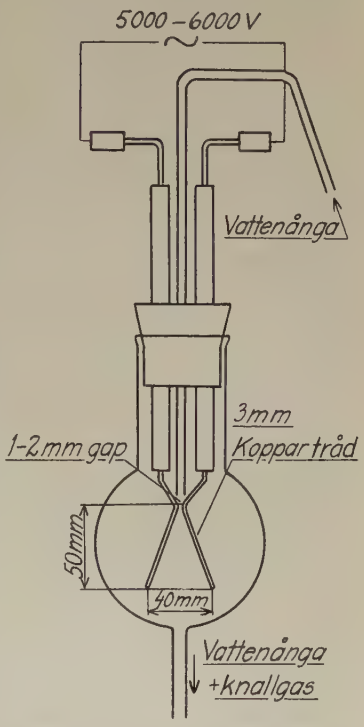
Bengt Liljeqvist

Termisk dissociation av vattenånga

Apparaten bygger på en beskrivning i H. Rheinboldts »Chemische Unterrichtsversuche» (Th. Steinkopff, Leipzig 1934, s. 108).

Vattenånga alstras i en rundkolv, till hälften fylld med vatten och försedd med en gummipropp genom vilken går dels ett rör, som leder ångan till reaktionskammaren, dels ett stigrör för tryckreglering.

Reaktionskammarens konstruktion framgår av bifogade figur. Kammaren består av en med avloppsrör försedd rundkolv (ca 400 cm^3). Elektroder av 3 mm koppartråd är inkittade i korta glasrör, fastsatta i gummiproppen. Anslutning sker genom dessa till 5000—6000 V växelspänning från en transformator. Som kitt användes en pasta av blyglete och glycerin. Tilledningsröret för ångan har en diameter av 2,5 mm. Avloppsröret leder genom en kylare ned till en vanna, där knallgasen uppsamlas över vatten.



Vid försökets utförande upphettas vattnet i kolven till livlig kokning. Först då inga luftbubblor längre stiger upp i uppsamlingsvannan slutes strömmen. Kokningen regleras, så att en jämn ångström erhålles genom reaktionskammaren och så att ljusbågen, som uppstår mellan elektroderna, breder ut sig till ett brett band.

Den förändring som vidtagits i Rheinboldts anordning gäller reaktionskammaren. I dennes beskrivning är elektroderna uppåtriktade och avloppsröret går genom gummiproppen. Försök med denna apparat visade, att vatten samlades vid elektrodernas nedre del och ofta förorsakade överslag mellan dessa. Denna olägenhet undgår man genom att vända på det hela och utforma kammaren på här beskrivet sätt.

Försöket har utförts som enskilt arbete vid Högre allmänna läroverket i Kalmar av eleverna Göran Sauter och Bo Sjögren. Den senare gav uppslaget till förändringen i konstruktionen.

K. J. Lenander

Aktuellt

Svenska Kemistsamfundet anordnar föredrag

Svenska Kemistsamfundets styrelse har ansett sig finna, att tillströmningen av kemistuderande vid våra universitet och högskolor visar en oroväckande tendens att minska och att det föreligger risk för att det kommer att saknas kompetent arbetskraft för den kemiska undervisningen och verksamheten vid allmänna och tekniska läroverk, kemiska laboratorier för vetenskaplig och teknisk forskning, allmänt kemiska undersökningar m. m. Styrelsen finner det angeläget att söka hejda en sådan utveckling och att finna medel att väcka och stärka skolungdomens intresse för fortsatta högre kemiska studier.

Ett sådant medel har styrelsen trott sig finna i anordnandet av föreläsningar och föredrag i kemi för eleverna i realgymnasiets två högsta ringar och i de tekniska läroverken. Föredragen komma att hållas av akademiska lärare och av aktiva tekniker. De skola vara avpassade efter auditoriets kunskapsnivå och i en lättillgänglig form behandla kemiska och kemisk-tekniska områden av allmänt intresse, moderna uppfattningar och nuvarande ståndpunkter. Flera föreläsare ha redan meddelat sin beredvillighet att deltaga i verksamheten, och en början är f. ö. redan gjord. Skolöverstyrelsen och Överstyrelsen för yrkesutbildning ha visat Kemistsamfundets planer stort intresse och snart kommer en preliminär förteckning över föreläsare och föredragsämnen att från Samfundet utsändas till de allmänna och tekniska läroverken.

För verksamhetens omhänderhavande har Samfundets styrelse tillsatt en kommitté, vars medlemmar äro lektor Bertil Englund, professor Holger Erdtman, fil. kand. Lars Evers, laborator Axel Johansson, docent Bengt Rånby (sammankallande), lektor Gunnar Starck.

G. Starck

Industriens Upplysningstjänst

som varje år anordnar studieresor till svenska industrier för geografi- och kemilärare — se Elementa 36 (1953) 181 och 37 (1954) 189 — har sedan 1952 utökat sin serviceverksamhet med att utge meddelanden varje kvartal till dessa lärarkategorier, arbetsförmedlingstjänstemän, fackförbundsfunktionärer m. fl. Häftena, som innehålla 16—24 sidor, samlas lämpligen i en pärm, som Upplysningstjänsten tillhandahåller för självkostnadspriset 3: 50 kr. Vem som helst kan efter inbetalning av detta belopp på postgirokonto nr 19 42 72 bli delaktig av detta gratisabonnemang.

Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

sammanträdde söndagen den 21 nov. på Universitetets fysiska institution. Programmet dominerades av två diskussioner, båda om gymnasiets fysikundervisning. Som inledare hade föreningen lyckats förvärva, dels Kungl. Skolöverstyrelsens ämneskonsulent för fysik, rektor T. Wetterblad, dels laborator L. Minnhagen.

Förmiddagens diskussion gällde »Problemlösning och studentskrivning i fysik». Rektor Wetterblad gav i sitt halvt kåserande inledningsanförande åhörarna en inblick i hur en studentstil i fysik kommer till, och betonade svårigheten, dels att få fram tillräckligt antal lätta uppgifter, dels att år från år hålla en jämn svårighetsgrad. Han berörde också de viktiga frågorna om den rätta tidpunkten för införandet av formelsamlingen på gymnasiet, om en eventuell central bedömning av studentskrivningarna, om skrivningsresultatets inflytande på slutbetyget i fysik osv. Under de närmaste åren komma enligt rektor Wetterblad inga väsentliga ändringar i fysikskrivningens karaktär eller innehåll att vidtagas.

I diskussionen, som följde, underströk föreningsordföranden, lektor A. Leide, särskilt den frestelse det kan vara för en ung lärare att ägna otillbörligt lång tid åt problemlösningsdrill för att nå ett för honom själv som pedagog skenbart smickrande resultat, medan den experimentella fysikundervisningen försummas. Censorerna borde betydligt oftare ge mera praktiskt-fysikaliska uppgifter i den muntliga studentexamen Lektor Leide pekade vidare på det svåra problem, som bedömningen av räknefel utgör.

På eftermiddagen behandlades »Det nya gymnasiets fysikkurser». Rektor Wetterblad kom härvid bl. a. in på den s. k. orienteringskurs i fysik, som skall ges åt latinlinjens elever. Försök med sådan orienteringskurs pågå f. n. i Stockholm och Uppsala, och man motser med stort intresse resultaten av dessa. De komma att återverka på de nya metodiska anvisningarna för såväl latin- som allmänna linjens fysikundervisning. Beträffande realgymnasiets fysikkurser önskade rektor Wetterblad bland nya moment införa impulsbegreppet. Likaså borde mesta möjliga av atomfysiken tagas med, utan att gränserna för elevernas förmåga överskrides.

Universitetets önskemål beträffande de nya fysikkurserna framlades i ett längre anförande av laborator Minnhagen, vidare av professor T. Gustafson och docent C.-E. Fröberg. I en del fall sammanföllo dessa önskemål med de kursplansändringar, som rektor Wetterblad hoppades skulle kunna genomföras, i andra sträckte de sig längre. Laborator Minnhagen ville t. ex. införa vissa skrivningsuppgifter i atomfysik och visade med exempel, hur dessa kunde tänkas

vara beskaffade. Professor Gustafson betonade önskvärdheten och möjligheten av läroböcker, där nytt material på ett enkelt sätt framlägges, medan en mängd äldre stoff är struket.

Man diskuterade också fördelningen av atomläran på fysik och kemi, införandet av MKSA-systemet osv. De pedagogiska problemen behandlades ofta mot bakgrunden av motsvarande förhållanden i de nordiska grannländerna, och gästande danska lärarkolleger lämnade i samband därmed värdefulla bidrag till diskussionen.

I anslutning till sammanträdet hade P. A. Norstedt & Söner anordnat en utställning av nyare fysikaliska demonstrationsapparater.

Birger Adell

Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

håller sitt ordinarie årsmöte i Stockholm den 7—8 januari 1955. Programmet upptar som främsta punkt diskussioner över de metodiska anvisningarna i matematik och fysik på gymnasiet. Matematiken ventileras fredagen den 7 jan. och inledningsanförandet hålls av undervisningsrådet C.-E. Sjöstedt. Fysiken tas upp till behandling på lördagen, varvid Skolöverstyrelsens konsulent, rektor Torsten Wetterblad, inleder diskussionen. Fredagens sammanträde äger rum på Byggnadsföreningen, Norrlandsgatan 11, och lördagens sammanträde är förlagt till Högre tekniska läroverket, Drottningholmsv. På fredagens program förekommer vidare ett föredrag av fil. dr Iwan Bolin om några nya gifter i människans tjänst samt ett föredrag av ingenjör Franzén i Svenska AB Philips över television. Efter föredraget följer en televisionsutsändning från Radiotjänst kl. 18—19. Dagen avslutas med gemensam middag på Byggnadsföreningens restaurang.

På lördagen visar dr Max Clemenz från Tyskland fysikaliska apparater och vidare får mötesdeltagarna göra en rundvandring genom Tekniska läroverkets institutioner och bese dess moderna och omfattande tekniska utrustning.

Till årsmötet har styrelsen som vanligt inbjudit tre nordiska gäster. Event. kommer lektor Nordahl-Svendsen från Danmark och lektor Lindstad från Norge att hålla föredrag vid årsmötet.

Årsmötet börjar fredagen den 7 januari kl. 9.30 med årsmötesförhandlingar. Program utsänds till samtliga medlemmar och kan erhållas efter den 10 december efter hänvändelse till sekreteraren, lektor Bror Gustaver, Nyodlingsvägen 7, Bromma.

Styrelsen hälsar alla hjärtligt välkomna till årsmötet.

Bror Gustaver

Elementa under 1954. Några data

Under 1954 har ca 125 författare lämnat inalles ca 160 bidrag: större och mindre artiklar, notiser, meddelanden under rubriken »Aktuellt» och bokanmälningar. Därtill kommer ett 25-tal, som medverkat på problemavdelningen genom att insända uppgifter och lösningar. Av problemen har ett dussin varit av mer krävande och ett 40-tal av enklare art.

Ett hundratal böcker har under året anmälts. De fördelar sig till innehållet på ämnena matematik, fysik och kemi — med tillämpningar — med resp. 40 %, 40 % och 20 %. De anmälda böckerna bildar ett mycket brett spektrum, från vetenskaplig litteratur till elementär. Detta är i överensstämmelse med tidskriftens läsekrets, som omfattar mycket skilda kunskapsnivåer och intressen. Av de i varje häfte införda författareförteckningarna torde framgå, att tidskriften haft förmånen att som recensenter räkna specialister på olika ämnesområden.

En statistik över tidskriftens läsekrets borde vara av intresse, men abonnentförteckningen är här ej tillräcklig grundval, då den ofta upptar endast ett namn och en adress. Huvudparten prenumeranter är givetvis personer engagerade i undervisning av något slag, men det må framhållas, att inslaget av andra kategorier ej är obetydligt.

Tidskriftens ställning vid skolor av skilda slag, bibliotek, diverse institutioner etc. är lätt att belysa siffermässigt. Abonnenter är: samtliga högre allm. läroverk (varav över hälften prenumererar på två ex.); ett 20-tal med dessa likställda enskilda läroverk; samtliga högre tekniska läroverk, sjöbefälsskolor, folkskoleseminarier; över hundratalet samrealskolor; ett 80-tal kommunala real- och flickskolor och folkskolor med realskolelinje; stadsbibliotek ca 75, institutioner vid högskolor, universitet och industrier ca 45. Åtskilliga skolor och institutioner utöver de här nämnda är representerade genom privata abonnenter.

För övrigt kan meddelas, att ett hundratal ex. av tidskriftens årg. 1954 har utdelats som premier vid högre skolor och att ett hundratal studerande vid universitet och högskolor begagnat sig av för dem gällande rabatt (20 %).

C. E. Blom

Kursen i fysiologi och farmakologi sommaren 1954

varom meddelande lämnades i junih. s. 122, ägde programenligt rum under tiden 14—23 juni. Ett utförligt referat, författat av Astrid Wallerius och Tore Linnell, är infört i »Medlemsblad För Biologilärarnas Förening», 1954, h. 3. Referatet är instruktivt och av stort intresse ej enbart för biologer.

Bokanmälningar

ØYSTEIN ORE, *Niels Henrik Abel*, Gyldendal Norsk Forlag, Oslo 1954, 317 s., nkr. 30:—.

I denna vackra bok har författaren, själv norskfödd matematiker, givit en utomordentligt fängslande framställning av sin världsberömde landsmans korta levnadssaga. Utan matematisk formelapparat lyckas han övertyga läsaren om den oerhörda betydelsen av de nya revolutionerande matematiska idéer detta borna snille hann utforma, och genom att låta Abel själv, hans samtida, tidningar, ämbetsskrivelser osv. tala får han fram en rikt facetterad bild av Abels karaktär inramad av tidsmiljön. Det är rörande att se hur harmonisk och välbalanserad den unge mannen trots olyckliga förhållanden i fädernehemmet, armod och ekonomiska bekymmer även för syskon, motgångar och sjukdom ändå var, villig att erkänna förtjänster men med en skarp, ofta humoristisk blick för skryt och pose. Boken kan varmt rekommenderas såsom långt intressantare än de flesta hopdiktade levnadsöden eller tillrättalagda memoarer. Skildringen av Abels sista veckor är gripande, men i sin helhet är framställningen buren av gott berättarhumör, då och då kryddad med ett lyckligt infall, en bra anekdot eller något bon mot, och späckad med fakta.

Josef Andersson

SVEN GELLERSTEDT, *800 övningsuppgifter i matematik*, Almqvist & Wiksell, Stockholm 1954, 200 s., kr. 12:50.

En omfångsrik problemsamling till ett förvånansvärt lågt pris. Samlingen består av problem, vilka givits i tentamen för ett och två betyg vid Uppsala Universitet eller äro av motsvarande svårighetsgrad. Ett mindre antal exempel finnas även som svara mot en överkurs. Beträffande urvalet anser anmälaren att samlingens värde blivit större, om fler exemepel medtagits på likformig konvergens och linjeintegraler, exempelvis på bekostnad av det stora antalet av (i och för sig lärorika och intressanta) differentialgeometriska tillämpningar. Till uppgifterna givas svar och i många fall kortfattade anvisningar (lösningar). I stort sett får man anse att utgivaren lyckats bra med dessa. Vid konstruktion av kurvor givna som geometriska orter borde dock endast de delar av kurvorna ha medtagits, som verkligen ge en lösning till det geometriska problemet.

Problemen kräva kunskap om centrala delar av kursen, däremot behöver man ej finna »trick» vid lösandet. Samlingen utgör en lämplig och god hjälp vid inövandet av matematikkursen för ett och två betyg.

Magnus Tideman

The Physics of Particle Size Analysis. A conference held in the Univ. of Nottingham, 6—9 April 1954. British Journal of Appl. Physics, Suppl. Nr. 3. The institute of Physics, London 1954, 218 pp., 35 s. net.

A. Combes, *Exercices et problèmes de mathématiques avec solutions.* Librairie Vuibert, Paris 1954, 376 p., 800 fr.

P. Lévy, *Le mouvement brownien.* Mémorial de Sciences Mathém. Fascicule CXXVI. Gauthier-Villars, Paris 1954, 81 p., 1200 fr.

Applications scientifiques de la logique. Actes du 2e colloque international, Paris 25—30 Août 1952. Gauthier-Villars, Paris 1954, 176 p., 2200 fr.

B. L. van der Waerden, *Science Awakening.* P. Nordhoff Ltd, Groningen, 306 pp., $ 5.00; 19.00 fl.

L. Baldus/F. Löbell, *Nichteuklidische Geometrie.* (Sammlung Göschen Bd. 970), W. de Gruyter, Berlin 1953, 140 S., DM 2: 40.

G. Hoheisel, *Partielle Differentialgleichungen.* (Sammlung Göschen Bd. 1003), 3. Aufl. W. de Gruyter, Berlin 1953, 130 S., DM 2: 40.

Øysten Ore, *Niels Henrik Abel.* Gyldendal, Norsk Forlag, Oslo 1954, 317 s.

S. Gellerstedt, *800 övningsuppgifter.* För universitet och högskolor. Almqvist & Wiksell, Stockholm 1954, 200 s., kr. 12: 50.

W. H. Crouse, *Teknikens hemligheter.* Övers. I serien »Vetandets värld». Almqvist & Wiksell, Stockholm 1954, 192 s., kr. 7: 75.

Wigforss/Nilsson, *Matematik för klass 7, enhetsskolan.* Bergwalls förlag, Stockholm 1954, 136 s., kr. 3: —.

C. E. Sjöstedt, *Räknetabeller för gymnasiet.* Natur & Kultur, Stockholm 1954, 52 s., kr. 3: 75.

B. E. Nilsson, *Fysik,* del II R — Reallinjen. 84 s., kr. 3: 25. — Del II A — Allmänna linjen. 132 s., kr. 4: 75. Natur & Kultur, Stockholm 1954.

Elfving/Englund, *Laborationer i kemi.* För real-, komm. flick- och enhetsskolan: Del I. Oorg. kemi, 25 s., kr. 1: 55. Del II. Org. kemi, 15 s., kr. 0: 95. För komm. flickskol. kl. 6^7, 5^6: Del III. 32 s., kr. 1: 75. Natur & Kultur, Stockholm 1954.

J. W. Lillico, *Smidesverktyg och smidning.* Natur & Kultur, Stockholm 1954, 179 s., kr. 8: 75.

Svenska Bokförlaget, Stockholm 1954:

Hedström/Rendahl, *Räknetabeller.* 15:e uppl. reviderad av L. Ekbom. 49 s., kr. 2: 95.

Hj. Olson, *Stereometrisk översikt för ring A* II^4. 11 s., kr. 0: 80.

Nyström/Olson, *Plan trigonometri för gymnasiet.* 2:a uppl. 58 s., kr. 2: 90.

Almkvist/Ekman, *Laborationer i kemi.* Oorg. kemi för kl. 4^5, 3^4, 2^3 samt enhetsskolan. 22 s., kr. 1: 50.

Almkvist/Knave, *Laborationer IV.* Mekanik för kl. 5^5, 4^4, 3^3, enhetsskolan. 19 s., kr. 1: 50.

B. Wahlström, *Studentuppg. i matematik t. o. m. vt 1954* (specialkurs), 7:e uppl., 100 s., kr. 2: 70.

Beckman/Wetterblad, *Akustik för* 5^7 *och* 4^4. Särtryck ur *Fysik,* 3:e årskursen, kr. 1: 75.

Beckman/Wetterblad/Almkvist/Knave, *Fysik för gymnasiets allm. linje,* A II^4 och A I^3, 106 s., kr. 4: 80.

V. Wohrne, *Lärobok i yrkesritning för mekaniker.* 41 s., kr. 2: 25.
— *Övningshäfte till läroboken,* 47 s., kr. 3: 75.

Ekman/Sandström, *Kemi.* För allm. linjens andra o. tredje ringar samt för folkskoleseminarier, 189 s., kr. 6: 75.

Moll/Rudberg, *Fysik I. Allm. fysik.* 14:e uppl., omarb. av E. Rudberg. 75 s., kr. 2: 75.

Nyhlén/Amundsson/Broman, *Planimetri och trigonometri för gymnasiet,* 99 s., kr. 4: 85.

Tidskrifter

Nordisk Astronomisk Tidsskrift, København 1954: 1—3.

Ur innehållet: P. NAUR, Mælkevejsystemets spiralstruktur; G. DE VAUCOULEURS, Lysfordelingen i mælkeveje; M. RUDKJØBING, W. H. Ramseys teori for planeternes inre; W. NORLIND, Copernicus och Luther; KJ. GYLDENKÆRNE, Solens kromosfære, Solens korona; P. DARNELL, Anvendelse af småbilledkameraer til himmelfotografering; E. HØG, Om kometers kosmogoniske forhold.

Nordisk Matematisk Tidskrift, Oslo 1954: 3.

Ur innehållet: K. PIENE, Håndbøker til matematikkundervisningen; M. TIDEMAN, Elementary proof of a uniqueness theorem for positive harmonic functions; K.-G. HAGSTROEM, Hexaederns diagonalsnitt och Gauss' fördelningsklocka; FR. FABRICIUS-BJERRE, En elementær (3,1)-transformation; V. BRUN, Nimes-rosen; F. C. HOLTE, Noen egenskaper ved den binomiale fordelingsfunksjon.

Ljuskultur, Stockholm 1954: 1—3.

Ur innehållet: Hemmets belysning genom tiderna; Belysning och syntrötthet; Tändning av lysrör; Om flimring i ljusrörsljus. Flera uppsatser om ultravioletstrålning: Fysik och teknisk användning, Data och materialkonstanter, Användning inom medicin och hygien.

Science Progress, London 1954: October.

Ur innehållet: Science in France and Britain, A retrospect; The recognition of species; Elementary particles; Recent studies in the thermodynamics of physical adsorption. Recent Advances in Science: Astronomy, Physics, Chemistry etc. Ett stort antal bokanmälningar.

Discovery, London 1954: September, October, November.

Ur innehållet: Science and human nature; The diffusion cloud-chamber; Science in Oxford; A new approach to the periodic table; A linear accelerator for X-ray therapy; F. W. Bessel, A founder of modern astronomy; Recent developments in nuclear physics; The British Association at Oxford; The effects of low temperature on animals; Ultramicrochemistry. Ett stort antal notiser under rubriken: Progress of Science.

Endeavour, London 1954: April, July, October.

Ur innehållet: High-voltage spark discharges; The nature of the upper atmosphere; Semiconductors; The viscosity of liquids; Science and chronometry; Reaction paths in plant respiration; Some intramolecular electrical effect on the course of chemical change; The evolution of particle counters.

Gaston Julia, *Cours de géométrie infinitésimale.* Vecteurs et tenseurs. Théorie élémentaire. Premier fascicule. Gauthier-Villars, Paris 1953, 102 p., 2000 fr.

Gaston Julias »Cours de géométrie infinitésimale» föreligger härmed i en andra grundligt omarbetad upplaga.

Första delen, som behandlar vektorer och tensorer, är, som väl också övriga delar, enligt författaren grundad på erfarenheter samlade under femton års undervisning. Man blir därför inte förvånad över att i boken finna ett väl genomtänkt stoffurval, som också förefaller omsorgsfullt tillrättalagt för universitets- och högskolestudier.

Framställningen är så sträng man rimligtvis kan begära i en elementär kurs och betonar genomgående vektor- och tensorkalkylens anknytning till geometri och åskådning. Den karakteriseras dessutom av klarhet och konsekvens. Man lägger märke till påpekanden, som kanske inte är alldeles nödvändiga i en elementär framställning men berättigade på grund av att de undanröja, eller i varje fall minska, möjligheter till feltolkning eller belysa tensorkalkylens mångsidiga användning och ger läsarens tankeverksamhet en sådan inriktning att en senare utvidgning av kunskaperna underlättas.

Beträffande innehåll är boken så utförlig man kan begära utan att därför hopa oväsentligheter. Julia behandlar vad man brukar benämna vektoralgebra och vektoranalys samt tensoralgebra och tensoranalys, dock allt begränsat till tredimensionella rät- eller snedvinkliga koordinatsystem.

Boken kan varmt rekommenderas åt dem som studera matematik eller teoretisk fysik vid universitet med sikte på 2 betyg. Den förefaller också lämpa sig väl vid tekniska högskolor, samt för pretentiösa självstudier. *P. O. M. Olsson*

Mme M. L. Dubreil-Jacotin — L. Lesieur — R. Croisot, *Leçons sur la théorie des treillis, des structures algébriques ordonnées et des treillis géométriques.* Cahiers Scientifiques XXI, Gauthier-Villars, Paris 1953, 385 p., 5500 fr.

Föreliggande bok behandlar ett område inom matematiken som kommit att spela en allt större roll och som på svenska lämpligen kunde kallas teorin för förgreningar (eng. lattices franska treillis, ty. Verbände, av vilka den tyska benämningen synes mig mest lyckad. Axel Thue har använt beteckningen träd, som inte heller är så bra).

Arbetet består av tre delar. Den första behandlar teorins grunder och utmärkes av klarhet, lättlästhet och en mängd väl valda exempel och motexempel, något som f. ö. är utmärkande för hela boken. I andra delen användes teorin på ordnade algebraiska strukturer. Den sista

delen behandlar geometriska förgreningar, först av ändlig dimension; senare slopas ändlighetsvillkoret och parallellitet definieras. Affin och projektiv geometri behandlas och till slut även relationen mellan vektorrymder samt affina och projektiva geometrier av dimension större än två.

En jämförelse med Birkhoff's Lattice Theory ger vid handen att det här behandlade arbetet inte är lika innehållsrikt, men betydligt mera lättläst. Då arbetet inte kräver några större förkunskaper, kan det varmt rekommenderas åt intresserade matematikstuderande, men det saknar inte heller intresse för kännaren. *Lars Fjellstedt*

H. F. P. Purday, *Linear Equations in Applied Mechanics.* Oliver and Boyd, Edinburgh and London, 1954, Pp. 240, 20 s. net.

Författaren, som själv är ingenjör, riktar sin bok till ingenjörer och studerande. Den ger en översikt över metoder för behandling av linea ära problem.

I början diskuteras lineära ekvationssystem och matriser med tillämpning på balksvängningar. Ett kapitel benämnt sekvenser och differenser berör matematiskt stoff av skiftande karaktär, såsom interpolation, differensekvationer och konvergensteorem för serier. Randvärdesproblem vid ordinära differentialekvationer diskuteras i två kapitel. Ortogonalegenskaper hos Bessels och Legendres funktioner visas och exempel ges på numerisk behandling. Ett avsnitt om vektor- och tensorfält tillämpas på värmeledning, elasticitetsteori och hydrodynamik. I två kapitel om partiella differentialekvationer talas om värmeledning, svängningar av sträng och membran, numerisk lösning och konform avbildning. Sista kapitlet klargör begreppet integralekvation.

Bevis förekommer sparsamt (för dessa hänvisas till läroböcker), däremot ägnas mycket utrymme åt numerisk genomräkning av exempel. Författaren vill demonstrera vissa metoder, tala om deras existens och visa deras användning. Detta kan nog hjälpa en läsare av avancerad facklitteratur, så att han ej ger upp vid den första ekvationen. Vidare kan han med boken till hands lösa typexempel. Värdet av en sådan framställning kan naturligtvis diskuteras.

Stig Lundquist

Rudolph E. Langer, *A First Course in Ordinary Differential Equations.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 249, $ 4.50.

I förordet skriver författaren, att boken är avsedd för studerande med ett års erfarenhet av differential- och integralkalkyl. Därför har han undvikit större svårigheter och behandlat ämnet elementärt. Dock

har han tagit med existensbevis enligt Picards metod med successiva approximationer och ett bevis för konvergens av serielösningar till lineära differentialekvationer.

Första avsnittet behandlar de vanliga ekvationerna av första ordningen jämte geometriska tillämpningar och illustrationer. Här finnas även approximativa metoder (polygonmetoden och serieutvecklingar). Sedan följer ett avsnitt om ekvationer av andra ordningen, dels sådana där man enkelt kan sänka ordningstalet en enhet, och dels lineära ekvationer med konstanta koefficienter, de senare även av högre ordning. Därefter kommer en elementär behandling av lineära ekvationer av andra ordningen med variabla koefficienter med en kortare diskussion av bl. a. Legendres ekvation, den hypergeometriska ekvationen och Bessels ekvation.

Många genomräknade exempel finnas i texten, och dessutom ett stort antal övningsexempel med svar till hälften av dem (answers to odd-numbered problems). *Sture Danielson*

Maurice Fréchet, *Pages choisies d'analyse générale.* Collection de logique mathématique Sér. A, III, Gauthier-Villars, Paris 1953, 213 p., 2000 fr.

Fréchet har i denna bok samlat ett antal av sina tidskriftsartiklar med ämnen inom »l'analyse générale», varmed åsyftas studiet av avbildningar mellan abstrakta mängder med en eller annan struktur. Dessutom har tillfogats några litteraturhänvisningar och kortare kommentarer om den senare utvecklingen. Boken är indelad i fem kapitel med rubrikerna: Vue d'ensemble, Espaces fonctionnels, Analyse fonctionelle, Les espaces abstraits, L'analyse générale. Eftersom Fréchet var en av skaparna av funktionalanalysen — han införde som bekant begreppet metriskt rum — har boken ett visst intresse från historisk synpunkt. *Lars Hörmander*

A. Charnes, W. W. Cooper and A. Henderson, *An Introduction to Linear Programming,* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1953. Pp. 74, $ 2.50.

Häftet med den anspråkslösa utstyrseln innehåller ett stycke rykande färsk matematik, vars tillkomst stimulerats av näringslivets behov. En tillverkare av ett antal varor kan ibland skriva sin totala vinst som en lineär funktion $\Sigma a_i x_i$ där a_i är vinsten på den i:te varan per enhet och x_i är den tillverkade kvantiteten av denna vara. Han önskar om möjligt bestämma talen x_i så att vinsten maximeras och måste därvid ta hänsyn till ett antal bivillkor i form av olikheter av typen $\Sigma b_i x_i \leqq d$. Dessa villkor föranleds av diverse omständigheter, t. ex. att marknaden inte kan absorbera mer än en viss mängd av en viss vara, att vissa

varor blott kan framställas med hjälp av vissa av de tillgängliga maskinerna, att tillströmningen av ett antal råvaror är begränsad, osv. Om antalet varor är litet, är det inte svårt att finna maximivärdet, sedan systemet väl uppställts, men om det är stort, är det bra att ha en teori till hjälp.

Boken är svårläst för den som inte var dag vandrar in och ut i lineära rum, men det kan inte hjälpas: det hör redan till den matematiska allmänbildningen att veta litet om linear programming. Den som är rådgivare åt ett företag, som kommit på sidan om maximivärdet, bör inte uppskjuta läsningen. *Gunnar Blom*

J. C. C. McKinsey, *Introduction to the Theory of Games.* A Rand Corporation Research Study, McGraw-Hill, New York 1952, Pp. 371, $ 6.50.

J. D. Williams, *The Compleat Strategyst.* A Rand Corporation Research Study, McGraw-Hill, New York 1954, Pp. 234, $ 4.75.

D. Blackwell—M. A. Girshick, *Theory of Games and Statistical Decisions.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 355, $ 7.50.

R. M. Thrall—C. H. Coombs—R. L. Davis, *Decision Processes.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 332, $ 5.00.

Irwin D. J. Bross, *Design for Decision.* MacMillan, New York 1953, Pp. 276, $ 4.25.

Sannolikhetskalkylen, den matematiska statistikens grundval, skapades på grund av franska adelsmäns behov av en teori för hasardspel. Det har ibland betraktats som en historiens nyck, att den nyttiga matematiska statistiken kom till världen för detta onyttiga ändamål. I dessa dagar börjar man ana, att detta inte var en slump, utan att det föreligger en djup frändskap mellan hasardspelen och åtskilligt mänskligt handlande av mindre lekfullt slag. Ett krig är ett spel mellan två motståndare, ett leveransavtal ger regler för ett spel mellan leverantör och mottagare, i vilket korrekta och defekta varor motsvarar adelsmännens krona och klave, ett experiment kan betraktas som ett hasardspel med experimentatorn (med kassan n kronor) och Naturen (med kassan ∞) som motspelare. I dessa och liknande spel bidrager matematikern eller statistikern med att utvälja förnuftiga handlingsregler genom att analysera dessas konsekvenser för spelutfallet.

Den teori för strategiska spel som nyligen utvecklats av von Neumann och en stor skara efterföljare presenteras på två- à trebetygsnivå i McKinsey's utmärkta bok och på allemansnivå i en överdådigt rolig och sakligt givande bok av J. D. Williams. Sistnämnda arbete är över-

fyllt av kostliga illustrationer och kan, när familjefadern läst det, med fördel utlånas åt den barnboksläsande generationen.

Det spelteoretiska betraktelsesättet har genom Wald's decision-teori på de allra senaste åren fått stort inflytande över den moderna statistiken, vars betydelse som handlingshjälpmedel därigenom starkt poängterats. De viktigaste statistiska metoderna kan nu betraktas ur gemensam synvinkel, vilket gett efterlängtad enhetlighet åt det statistiska tänkandet. I Blackwell-Girshick's arbete presenteras decisionteorien med erforderliga delar av den matematiska spelteorien som bakgrund.

Av boken Decision Processes, som är en produkt av arbetet inom ett seminarium vid University of Michigan, framgår att spelteorien icke endast angår matematiker och statistiker utan också psykologer, ekonomer, sociologer och filosofer. Så diskuteras i ett tjugutal uppsatser förutom matematiska problem t. ex. frågor rörande val av värdeskala vid utarbetande av strategiska regler, experiment rörande inlärande av lämplig strategi under pågående spel, m. m.

Språket i de två sistnämnda böckerna är delvis abstrakt, mängdteoretiskt, och förseglar ibland enkla sanningar bakom sju insegel. Den som icke har lust att bryta inseglen och lära känna teorierna i alla detaljer kan få ett charmant fågelperspektiv över modernt statistiskt tänkande inklusive decision-teorien genom att läsa Design for Decision, som närmast kan rubriceras som en essaysamling i statistik. Bokens författare är konsulterande statistiker vid Cornell University och är välgörande fri från den av honom avskydda sjukdomen Academitis (»a disease characterized by hairsplitting and, eventually, rigor mortis»). Bross har en avundsvärd förmåga att med vardagliga exempel illustrera viktiga statistiska principer. Så lär exempelvis »den store detektiven» läsaren grunderna för statistisk hypotesprövning. Författarens analys av sannolikhetsbegreppet och hans diskussion av den matematiska modellens förhållande till verkligheten har stort intresse. Boken är den mest givande och mest intelligent skrivna statistikintroduktion som anmälaren sett. *Gunnar Blom*

Erik Genberg, *Statistisk analys, elementär handledning*, Almqvist & Wiksell, Stockholm 1954, VI+173 s., kr. 16: 50.

En ny svensk bok i statistisk metodik är en viktig händelse, i synnerhet när boken, som i detta fall, inte riktar sig till den lilla gruppen av statistiker utan till den stora gruppen av praktiskt verksamma ingenjörer. (Detta framgår visserligen inte av boktiteln, men det är vanligt att titlarna på statistiska böcker är otydliga.)

Bokens förtjänster ligger i det koncentrerade framställningssättet.

Mycket onödigt stoff, som så ofta tynger den första halvan av elementära statistiska böcker, har sålunda överhoppats, så att läsaren redan efter att ha läst de 50 första sidorna har sysslat med både intervallskattning och statistisk testning. Utöver klassisk sannolikhetskalkyl och klassisk statistisk analysmetodik får författaren på 173 sidor med både ett par kapitel om variansanalys och försöksplaner, och ett kapitel om kvalitetskontroll. Dessutom ingår i boken ett appendix om flermaskinsbetjäning. Av läsaren väntas villighet att tänka utan hjälp av numeriska illustrationer i texten. Sådana kan han studera i exempelsamlingen i slutet av boken, sedan han har inhämtat den nödiga formelapparaten. Med detta framställningssätt blir det lätt att hitta den formel man behöver.

Att skriva en bok om statistisk metodik så att alla läsare blir nöjda är ett hopplöst företag. Anmälaren tycker t. ex. att testningsmetoder har fått för stor plats på bekostnad av skattningsmetoder — en statistiskt signifikant skillnad kan vara för liten för att vara praktiskt signifikant — att en diskussion om olika modeller vid variansanalys borde ha tagits med, och att alldeles för få övningsexempel givits till kapitlen om försöksplaner och kvalitetskontroll.

Martin Sandelius

Frank A. Geldard, *The Human Senses.* J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1953. Pp. 365, $ 5.00.

Det har arbetats mycket på sinnesorganens fysiologi de senaste årtiondena. Delvis har detta haft direkt praktiska syften, såsom när det gällt akustiken. Denna vetenskaps enorma utveckling till ett mycket avancerat stadium både teoretiskt och transmissionstekniskt har ju varit mycket snabb. Men oftast har de nya ansatserna för att förstå människokroppens egen fysik och kemi gjorts av vanlig vetenskaplig nyfikenhet.

Författaren till denna bok är fysiolog, verksam på synforskningens område, och han vänder sig med denna orientering till psykologer och medicinare men även till de många som vill ta del av de nya rönen. Området ligger ju människan som sådan fascinerande nära. Intresset för dessa områden bekräftas även av det stora antal artiklar som man nu träffar på.

Boken behandlar synen, det mest raffinerade av våra sinnesorgan, hörseln, hudkänseleffekterna, hunger-, törst- och jämviktsförnimmelserna, lukten och smaken. Man får en god översikt över de biologiska element som är verksamma, de vägar som man har letat sig fram på vid deras utforskande, och de aktuella rönen och frågeställningarna. De 380 referenserna ger den specialintresserade god möjlighet att studera vidare. Måhända behandlas ibland äldre undersökningar en

smula väl utförligt, men å andra sidan är det verkligt svårt att sovra i den rika mängden av fysiologiska experiment, vars uppläggning många gånger saknat stödet av någon ens skönjbar hypotes.

Dessa rader går kort sagt ut på att livligt rekommendera boken åt denna tidskrifts läsekrets. Den som tar rådet att läsa den ad notam, skall säkert finna en hel del nytt. Alltsedan sinnesfysiologin på senare 1800-talet tog kvantitativa metoder till sin hjälp, har verkligen ett alltmera preciserat erfarenhetsmaterial samlats om funktionsförloppen sensation-stimuli, om yttersta känslighetsvärden (som för både ögat och örat nå till kvantumgränserna) och om tidsberoenden, icke minst den för de känsligaste organen så karakteristiska adaptionen.

Rent fysikaliska tydningar av mottagarnas funktioner föreligger också eller är på god väg. Örats akustiska överföringsförhållanden har i detalj beräknats med modern impedanskalkyl. Ögats stavar och tappar undersöks dels av kemisterna, dels av fysikerna, som börjar använda elektrisk vågledarteori. Trots de stora svårigheterna i detta detektivarbete på grund av att strukturerna är så små och svåråtkomliga har man betydligt fastare grunder än tidigare för att bygga vidare och söka förstå det myckna obekanta.

Nyfikenheten eggas också av sådana nya iakttagelser som antingen kan vara rena tillfälligheter eller utgöra fröet till viktig framtida kunskap. Vet den ärade läsaren t. ex. att luktande vätskor har Ramanfrekvenser inom en bestämd oktav, och att i många fall liknande lukter har liknande Ramanspektra? *Erik Ingelstam*

J. B. Birks, *Scintillation Counters*, Pergamon Press Ltd, London 1953, 148 pp., 21/—.

När Rutherford för snart ett halvsekel sedan för första gången blickade in i materiens innersta, atomkärnorna, begagnade han sig av en enligt nutida begrepp häpnadsväckande enkel utrustning. Kärnpartiklarna fick träffa en tunn zinksulfidskärm, och de små uppkomna ljusblinkarna eller »scintillationerna» iakttogs med en lupp. På detta sätt iakttog som bekant Rutherford också den första grundämnesomvandlingen, då alfapartiklar reagerade med kvävekärnor under utsändning av protoner. Ända in på trettiotalet var scintillationsmetoden den förhärskande, och vid Cockcroft och Waltons första atomsprängningsförsök med accelerade joner var det denna klassiska metod som användes. Den ersattes emellertid snart av andra metoder, som medgav långt gående elektriska automatiseringar så att man icke längre var hänvisad till det mänskliga ögat med alla dess begränsningar. Speciellt var det Geiger Müllerröret som kom att spela den ledande rollen bland de nya detektorerna. I och med att fotomultiplikatorrören under fyrtiotalet fulländades kom emellertid denna fråga i

ett annat läge. När man dessutom fann, främst genom arbeten av den tyske forskaren Kallmann, att ett stort antal organiska såväl som oorganiska kristaller gav upphov till små scintillationer, då de träffades av β och γ strålning och att dessa scintillationer kunde förstärkas och registreras med hjälp av fotomultiplikatorrör, alltså på rent elektrisk väg, var marken bruten för en renässans av den klassiska scintillationsmetoden. Under de sista sju åren har ett utomordentligt omfattande arbete nedlagts på att förbättra metoden, och det har nu visat sig att kärnfysiken fått en ur många synpunkter idealisk registreringsmetod. Birks bok är en lättläst, översiktlig och kortfattad framställning av detta forskningsområde. *Kai Siegbahn*

Norman F. Ramsey, *Nuclear Moments*, John Wiley & Sons, Inc., New York 1953, 169 pp., $ 5.00.

Denna bok ingick som en del i volym I av Segrè's »Experimental Nuclear Physics», tidigare anmäld i Elementa 37, 48, 1954. Ramsey har emellertid utökat sin framställning i den nu föreliggande boken med nya avsnitt behandlande sådana frågor som kan anses ligga utanför den rena kärnfysiken. Det gäller framför allt tillämpningsområden inom kemien och de fasta kropparnas fysik. De nytillkomna avsnitten är liksom de tidigare kapitlen ytterst välskrivna. Som kemiskt hjälpmedel har på den allra sista tiden den magnetiska kärnresonansmetoden förbättrats på ett så avgörande sätt att den redan kommit att spela en utomordentligt viktig roll. I själva verket går utvecklingen här framåt så raskt att Ramsey's bok på dessa punkter snabbt håller på att föråldras. Detta hindrar emellertid inte att boken tack vare många förtjänster måste anses som en mycket värdefull tillgång inom den sparsamma översiktslitteraturen på detta område.

Kai Siegbahn

W. Heisenberg, *Nuclear Physics*. Methuen & Co. Ltd., London, 1953, Pp. 225, 12 s. 6 d.

Det tyska originalet till föreliggande översättning bygger på en serie föredrag hållna i början av fyrtiotalet för en publik av ingenjörer och tekniker. Författaren, vars förtjänster som fysiker ju äro väl kända, ger i denna lilla bok en klar, lättläst och auktoritativ översikt över kärnfysikens grunder. Efter de två första kapitlen, som ägnas åt en kort historik över utvecklingen från antikens syn på materiens byggnad till våra dagars atomer och molekyler, följa fyra kapitel, som behandla radioaktivitet, kärnstruktur, kärnkrafter och kärnreaktioner. I de sista två kapitlen lämnas en redogörelse för kärnfysikalisk apparatur och kärnfysikens praktiska användningar. Som bihang återges en av författaren 1947 i Nature offentliggjord artikel

över atomenergiforskningen i Tyskland under kriget. Praktiska tabeller över fysikaliska konstanter såväl som över de kända isotoperna samt ett sakregister avsluta boken.

Författaren belyser sin framställning på ett förträffligt sätt genom att understryka det väsentliga i resonemangen. Nya begrepp inför han alltid i sammanhang med redan behandlade. Som en följd av de sista årens rekordsnabba utveckling inom kärnfysiken äro emellertid vissa avsnitt i boken redan föråldrade. Således behandlas varken skalmodellen eller de olika mesontyperna. Oriktigt är påståendet på s. 109, att $_{19}K^{40}$ omvandlas till $_{18}A^{40}$ genom positronutsändning. Som bekant sker denna omvandling genom elektroninfångning. Korrekturläsningen kunde ha varit noggrannare, även om felen i regel icke verka störande.

Trots ovannämnda brister kan Heisenbergs bok rekommenderas som en utmärkt inledning till studiet av det vidsträckta område som anges i bokens titel. *Tibor Gráf*

S. Hjalmars, *Teoretisk fysik*. Almqvist & Wiksells Akad. Handböcker, Stockholm 1954, 255 s., kr. 28:—.

Det är sina föreläsningar över tvåbetygskursen i teoretisk fysik vid Stockholms högskola som docent Hjalmars här har utgivit i bokform, med uteslutande av ren mekanik och kvantmekanik. Innehållet är uppdelat på fem avsnitt. För att ge en ungefärlig uppfattning om kursuppläggningen — som varierar vid de olika lärosätena — meddelas sidantalet inom parentes: Vektorfält (21 s.), Hydromekanik (grundekvationerna för ideala vätskor, 12 s.), Elektromagnetism (elektrostatik, magnetostatik, elektromagnetiska fältet, 92 s.), Optik (från Fermats princip till elektromagnetisk optik, 37 s.), Termodynamik (även något om irreversibilitet och kemisk termodynamik, 59 s.). Då en samling övningsexempel planeras, har inga sådana medtagits.

Förf. har fått med ett omfattande material utan att för den skull göra avkall på fullständigheten i härledningarna eller konsekvensen i framställningen. Denna är alltid klar och väl avvägd, även om kommentarerna ibland måste bli något knapphändiga. Det framhålles också i förordet att läsaren bör ha grundliga kunskaper i experimentell fysik för att kunna tillgodogöra sig boken. Karakteristiskt är att anknytningen till erfarenheten vid uppställandet av en teori starkt betonas, något som ytterligare understrykes av att behandlingen genomgående är rent fenomenologisk — med de fördelar och nackdelar som detta kan medföra. Definitionen av de elektromagnetiska fältvektorerna i materiella medier är i varje fall elegant.

I brist på mera väsentliga anmärkningar kan man kanske hänga upp sig på en i och för sig oviktig men iögonfallande detalj. För att

slippa specialisera måttsystemet arbetar förf. i elektromagnetismen med ett antal arbiträra sortkonstanter, vilkas värden i olika system meddelas i en tabell (här borde tilläggas att talvärdet av μ_0 i det rationaliserade MKSA-systemet skall multipliceras med 4π). Man kan hålla med om att den konventionella karaktären av enhetsfrågan blir väl demonstrerad, men detta kunde ha gjorts enklare; inte är det särskilt roligt att i en lärobok finna snart sagt varje formel tyngd av en nästan förbryllande mängd oväsentliga konstanter. Men kanske läsaren klarar sig med rådet — författarens — att sätta dem alla utom c (7 st.) lika med 1.

För övrigt vill jag gärna betyga att det är en bra och stimulerande lärobok, som rekommenderas inte bara som tentamenslektyr utan för alla intresserade med tillräckliga förkunskaper.

S. Bertil Nilsson

R. Garnier, *Cours de cinématique.* Tome I. Cinématique du point et du solide. Composition des mouvements. Troisième éd. Gauthier-Villars, Paris 1954, IX+244 p., 4000 fr.

I Frankrike inleder man mekanikstudierna med en lättläst men grundlig kurs i kinematik, sådan som ges i Garniers föreliggande bok. De studerande kunna sedan bättre smälta en kort men innehållsrik kurs i dynamik liknande den man finner i Pérès' »Mecanique générale», anmäld i Elementas septh. 1954, s. 196.

Garniers bok riktar sig till läsare, som önska en bred och utförlig framställning. Boken är enkel, klar och redig och så grundlig, att utförliga bevis finnas även för så gott som självklara satser, ända till tröttsam överdrift.

Innehållet fördelar sig på följande avsnitt: Punktens rörelse, hastighet och acceleration. Som följdsatser härledas Frenets formler med flera satser om rymdkurvors krökning och torsion samt satser speciellt om geodetiska linjer på en buktig yta. — Stela kroppars kinematik inledes med en utförlig teori för skruvrörelse (»mouvement héliocoïdal»). Som följdsatser härledas några rymdgeometriska teorem för skruvytor och translationsytor samt satser om acceleration och accelerationspoler. — Sammansatt rörelse. Coriolis' teorem. Stela kroppars rörelse kring en fix punkt. Eulers vinklar. — I ett sista avsnitt behandlas bestämning av den stela kroppens rörelse genom dess hastighetsfält.

Lärobokens tome III, »Géometrique et cinématique cayleyennes» (1951) anmäldes av S. Comét i Elementa *33*, 263, 1952. Tome II utkom 1949 med titeln »Roulation et viration. La formule de Savary et son extension à l'espace».

O H Faxén

TORSTEN SWENSSON, *Fysikaliska och tekniska beräkningar med hjälp av det rationaliserade MKSA-systemet.* Forskning och teknik I. Stockholm 1953, Nordisk rotogravyr, 50 s. kr. 6: 50.

De senaste årtiondenas intensiva diskussioner om och undersökningar av storheter och enheter inom naturvetenskaperna ha lett till att ett nytt system, det s. k. Giorgi- eller MKSA-systemet, börjat användas i växande omfattning, framförallt inom elläran och mekaniken.

Vid den nionde allmänna konferensen för mått och vikt år 1948 beslöts, att ett av den franska nationalkommittén utarbetat förslag till lag och kungörelse angående måttenheter skulle utsändas till meterkonventionens samtliga stater med begäran om undersökning och yttrande. Så skedde, och i Sverige tillsattes en 11-mannakommitté för behandling av detta ärende. Denna avgav 1951 det begärda utlåtandet. Myntdirektör Torsten Swensson var medlem av denna kommitté och dess förslag ligger till grund för föreliggande framställning.

I densamma finner man först allmänna definitioner för begreppen storhet, enhet och mätetal. Därefter följer de speciella definitionerna för grundenheter och härledda enheter i det rationaliserade MKSA-systemet. Här har även införts som grundenheter enheterna för temperatur och ljusstyrka, °C och cd. För övrigt ha ej medtagits speciella enheter utanför systemet. Därefter genomgås kortfattat de numera vanliga begreppen, storhets-, enhets-, storhets/enhets- och mätetalsekvation. I anslutning härtill genomgås formella metoder för omräkning mellan olika enhetssystem. Denna framställning skulle kanske blivit mera lättläst, om olika symboler använts för storheter, mätetal och enheter. Så använder t. ex. Landolt (Grösse, Masszahl und Einheit, Zürich 1952) symbolerna resp. A, {A} och [A].

I tabellerna 1 a och 1 b finner man en systematisk uppställning av inom meterkonventionens ram använda enhetssystem för mekanik och ellära, med namn och beteckningar för storheter och enheter jämte dimensionsexponenter och exponenter för vissa omräkningsfaktorer. Med hjälp av dessa tabeller kan man rent mekaniskt omräkna enheter i vilket system som helst till motsvarande enheter i MKSA-systemet. I tabell 2 äro för samma enheter omräkningsfaktorernas siffervärden beräknade. Som bekant föreligger tyvärr inom litteraturen enligt MKSA-systemet en dualism i fråga om de magnetiska enheterna, där enighet ej uppnåtts. Båda systemen äro här framställda parallellt.

Tabell 3 visar en jämförelse dels mellan rationaliserade och orationaliserade system och dels mellan mekanikens formler i system med en ur massa och acceleration härledd kraftenhet och system med en till tyngdkraften ansluten kraftenhet.

I avdelningen »kommentarer» finner man en historik över enhets-

systemens öden och en jämförelse mellan de medelinternationella och de nya, absoluta grundenheterna. Dessutom finnes här en tabell för CGS-systemen, e. s. e. och e. m. e., med definitionsekvationer och dimensioner i de tre grundenheterna på det klassiska sättet.

Av stort värde torde vara förekomsten av 15 problem rörande omvandling av formler och enheter mellan olika enhetssystem och 30 mekaniska och elektriska räkneproblem av enkelt slag. Dessa problem, alla genomräknade, äro väl valda och visa hur en betydande förenkling i vissa fall erhålles med användning av MKSA-systemet.

Säkerligen är framställningen i fråga av stort värde för den som vill sätta sig in i problemen rörande enhetsysstem. Framför allt torde den dock ha sin betydelse som en uppslagsbok för snabb och enkel omräkning av enheter och mätetal från ett system till ett annat. Det kan nog ej undvikas, att dylika problem komma att bli ganska vanliga en lång tid framåt. *Gustaf Arvidsson*

Boken om naturen. Materien. Forum, Stockholm 1953. 447 s., 8 färgsidor med 21 färgbilder, 140 fotografier, 333 teckningar. Häftad kr. 67:50, klotband kr. 79:50.

Boken om naturen, Materien, är utarbetad inom Forums förlagsredaktion. Den är resultatet av samarbete inom en grupp forskare, där en var är sakkunnig på sitt område. Därmed har ernåtts en vederhäftig framställning av olika områden inom fysik, geologi, meterologi, geologi och astronomi. Laborator Gösta Ehrensvärd svarar för organisk kemi och biokemi jämte en översikt över naturvetenskapens språk. Prof. Oskar Klein berättar om »När materien var ny», alltså om grundämnenas uppkomst och släktskap. Han berättar blygsamt om stora ting, låter läsaren skåda vida vyer utåt mot kosmisk yrsnö av vintergator och inåt mot atomkärnors gåtfulla mikrovärldar. Men han går icke längre tillbaka i tiden än några få miljarder år. Vad som hände tidigare — därom vet han intet. Och han deklarerar försynt, att nutida spekulationer av matematisk art på detta område spela samma roll vid grubblerier rörande världens ursprung som fordom de gamla skapelsemyterna. Han framställer även klassisk mekanik i ett kapitel om kroppars rörelse. Här illustreras bl. a. tröghetslagen med en bild av hur Mr. Pickwick har obehag av densamma vid ett försök att åka skridskor. Exemplet visar, att man kan framställa även torra fakta på ett trevligt och åskådligt sätt.

Docent Inga Hjalmars skriver om atomkärnornas byggnad och reaktioner, om molekylkrafter och om kvantteori. Det är en lättläst, saklig framställning. Lektor Hugo Sanner klarlägger vår uppfattning om elektrisk ström. Lektor Bertil Englund utreder jonbegreppet och ger läsaren en trevlig liten kurs i oorganisk kemi. Elektromagnetisk

vågrörelse behandlas i sju kapitel av lika många författare. Hela området är med — från långa radiovågor ned till gammastrålar. Vidare följa tio artiklar, som behandla geologi, meteorologi och astronomi.

Boken är rikt och väl illustrerad. Många gånger äro illustrationerna både fyndiga och slående, t. o. m. humoristiska. Stilen är klar och okonstlad. Boken är en förträfflig premiebok. *J. Tandberg*

D. G. Kiely, *Dielectric Aerials.* Methuen's Monographs on Physical Subjects. Methuen, London, Wiley, New York, 1953, Pp. xii+132, 8 s. 6 d. net.

Mikrovågsteknikens antennlära vad beträffar metalliska antenner är nu efter femton års utvecklingsarbete så omfattande, att även experterna tvingas specialisera sig; det lönar sig inte att försöka behärska hela området.

På sistone har för lösning av vissa intrikata radartekniska problem utvecklats en grupp av antenner, där man använder komponenter (stavar, rör, horn etc.) av dielektriskt material i stället för av metall såsom strålare. Teorien för dylika antenner är ofullständigt bearbetad och ytterst komplicerad. Englands främste expert på området har med sedvanlig brittisk elegans skrivit föreliggande monografi, som utgör en kritisk sammanfattning av hittills uppnådda resultat beträffande teori och teknologi. *Torsten Jönsson*

R. J. Sweeney, *Measurement Techniques in Mechanical Engineering.* Wiley, New York, Chapman & Hall, London, 1953, Pp. x+309, $ 5.50.

»The purpose of this book is to provide a source of information on the measurement techniques which are commonly used in performance testing of power equipment. In this field are included tests of engines, pumps, compressors, and combustion and heat-transfer apparatus. The mechanical quantities that may need to be measured include length, area, time, speed, force, pressure, temperature, and fluid flow rates. The mechanical engineer often has occasion to use electrical and chemical measurements. The commoner applications of these methods in mechanical engineering are discussed. It is not intended to cover the fields of materials testing or experimental stress analysis.» (Citat ur förordet.)

Författaren har 25 års erfarenhet som testingenjör inom det kraft- och värmetekniska facket; han har också varit verksam som lärare vid Cornell- och Lehigh-universiteten. Hans bok, som närmast är avsedd som lärobok, är ingalunda uttömmande; den behandlar de vanligaste mätmetoderna, vilka äro ganska många och hämtade från de flesta av fysikens områden. Anmälaren har särskilt uppskattat

avsnitten om mätbryggor och kompensatorer (potentiometrar) samt kapitlet om mätning av strömmande vätske- och gasmängder. Figurerna äro talrika (145 stycken) och förstklassiga.

Ur svensk synpunkt är boken naturligtvis av intresse främst för tekniker och för lärare vid tekniska läroanstalter, men den borde bli uppmärksammad även av fysiklärarna vid de allmänna läroverken.

Torsten Jönsson

Simon Ramo—John R. Whinnery, *Fields and Waves in Modern Radio.* 2nd Ed. Wiley, New York, Chapman & Hall, London, 1953, Pp. viii+576, $ 8.75.

Denna berömda lärobok, primärt utarbetad för användning vid undervisningen av »senior and first-year graduate students» i vågutbredningsteori vid California Institute of Technology och University of California och avsedd att bibringa arbetsdugliga kunskaper i teorien för mikrovågor, föreligger nu omarbetad, moderniserad och utvidgad. Bokens inledande kapitel (ca 270 sidor), som behandla statiska elektriska och magnetiska fält, Maxwells ekvationer samt kretsbegreppen, förtjäna en särskild eloge; framställningen är exceptionellt klar.

Det bör kanske upplysas om att boken har mycket litet att göra med radio i konventionell mening. När första upplagan kom ut (1944), fanns emellertid praktiska skäl för att kalla mikrovågstekniken, vars tillämpning då i huvudsak var inskränkt till radar, för »modern radio». — Det skulle nog bidraga till god ordning, om begreppet radioteknik finge sitt innehåll begränsat. Under alla förhållanden bör vågutbredningsteorien anses höra hemma i fysiken, alldenstund den elektromagnetiska vågen, oavsett våglängden, är ett fundamentalt fysikaliskt fenomen.

Torsten Jönsson

R. G. Fowler, *Introduction to Electric Theory.* Principles of Physics Series. Addison-Wesley, Cambridge, Mass., 1953, Pp. xii+390, $ 7.50.

Elektricitetslära läres ut på många sätt.

Mången nitisk lärare har försökt sig på att konstruera en logiskt invändningsfri lärobyggnad för att så småningom nödgas konstatera, att det inte går att komma ifrån litet fusk här och var. Ämnet har många fallgropar, och lärobokslitteraturen är ökänd för sin flora av felslut. Lärarens och läroboksförfattarens svårigheter bero delvis på att forskningen ännu inte är färdig med ansningen av den klassiska elektricitetsläran.

Författaren till föreliggande lärobok i teoretisk elektricitetslära, som motsvarar ungefär vad som borde fordras i ämnet för två betyg i fysik i vår fil. ämbetsexamen, säger i förordet: »A book on conven-

tional theory is so much the outgrowth of the accumulated efforts of countless research workers, teachers, writers, and students, that its author can claim to be little more than a public recorder.» Den sista satsen innehåller ett klart understatement. Fowler har vad beträffar den logiska konstruktionen lyckats bättre än de flesta, vilket innebär, att han har presterat en hel del originellt tänkande. De svåra avsnitten diskuteras ingående (den vanliga metoden är att försiktigt glida över). Stilen är klar och medryckande. Figurerna äro ytterst eleganta, utförda i enlighet med Addison-Wesley-förlagets nya giv för läroboksillustrering.

Det har sina risker att berömma en lärobok i elektricitetslära. Läs boken och döm själv! *Torsten Jönsson*

J. Timmermans, *Les constantes physiques des composés organiques cristallisés.* Essai de stoechiométrie. Masson et Cie, Paris 1953. 558 p., 5200 fr.

För dem, som sysslat med undersökningar över kristalliserade organiska föreningars egenskaper, är Timmermans ett känt och aktat namn. Man kan därför utgå från att hans nu utgivna arbete är skrivet med största sakkunskap.

Arbetet är uppdelat i tre huvuddelar samt en inledning. — Inledningen omfattar en historik över ämnet, en kritisk översikt av litteraturkällorna samt en redogörelse för orsakerna till mätfel. Slutligen behandlas även de speciella svårigheter, som äro förbundna med studiet av kristalliserade substanser, såsom polymorfi etc.

I den första avdelningen studeras de fasta organiska ämnenas kristallegenskaper. I denna avdelning beskrives även hur man bestämmer ämnenas fysiska konstanter, såsom specifikt värme, dielektricitetskonstanter, täthet etc. Slutligen behandlas kristallernas elektromagnetiska egenskaper.

Den andra avdelningen behandlar sambandet mellan smältpunkterna och den molekulära konfigurationen. Avdelningen börjar med en historik över metoder och teorier samt fortsätter med en redogörelse för de experimentella metoderna för bestämning av smältpunkter och fryspunkter. Här märkes bland annat en tabell över fryspunkter omfattande över 70 sidor och enligt uppgift innehållande alla organiska ämnen, för vilka fryspunkter under —20° blivit uppmätta. I särskilda avsnitt behandlas smältpunkterna i homologa serier samt andra regelbundenheter, som observerats vid studiet av organiska ämnens smältpunkter. Vidare har en undersökning gjorts över olika funktionella gruppers inflytande på smältpunkterna i en del homologa serier.

Den tredje avdelningen behandlar kristallisationsprocessens kinetik

och termodynamik. Här återfinnes en 30 sidors tabell över organiska ämnens smältvärme.

Arbetet innehåller för övrigt 80 figurer och en stor mängd tabeller. Vidare märkes en omfattande bibliografi samt ett namn- och formelregister över alla de organiska ämnen, som citerats i texten.

Sigvard Wideqvist

F. Specht, *Quantitative anorganische Analyse in der Technik.* Verlag Chemie, Weinheim, 1953, 236 S., DM 17.80.

Denna bok är icke avsedd att vara en lärobok utan en uppslagsbok, där författaren samlat väl prövade recept under sin verksamhet som analytiker. Författaren lämnar föreskrifter för driftskontroll vid framställningen av de vanligaste oorganiska kemikalierna, saltsyra, svavelsyra, alkalihydroxider, -sulfiter, -sulfater osv. Dessutom behandlas analysmetoder för utgångsmaterialet för dessa kemikalier, t. ex. svavelkis och för diverse avfallsprodukter, kisbränder, blysulfatslam o. d. Ett par kapitel ägnas åt tekniska fluorider och flusspat.

I allmänhet ger författaren detaljerade arbetsrecept men omtalar icke, varför en viss metod medtagits. Man får alltså lita helt på författarens förmåga att sovra bland de otaliga metodbeskrivningar som finnas tillgängliga. Detta är helt säkert praktiskt för många driftslaboratorier, och resultatet blir gott, om författaren gjort rätt val, och, såvitt recensenten kunnat bedöma, är detta fallet. En nackdel är, att författaren icke diskuterat under vilka förhållanden en given föreskrift är giltig eller vilka föroreningar, som kan tänkas störa en bestämning. Det är därför icke möjligt att utan vidare tillämpa metodbeskrivningarna på andra produkter än dem som tagits med i boken.

Det inledande kapitlet om provtagning är alltför kort för att vara till någon verklig nytta.

Axel Johansson

M. Huybrechts, *Chimie analytique appliquée à la métallurgie.* 3me éd. publiée par R. Chandelle & C. Vandael, Masson & Cie, Paris 1953, 468 p., 28000 fr.

Boken är avsedd att vara en handledning för de kemister, som ägnar sig åt kemisk analys av metallurgiska produkter, och beskriver de klassiska analysmetoderna för en del viktiga metallurgiska råvaror och produkter. Urvalet av analysmetoder är avpassat för den belgiska metallurgiska industrins behov. Föreskrifterna äro utförliga och avsiktligt avfattade, så att de är begripliga för nybörjare. Materialet är ordnat efter stigande svårighetsgrad. Analysföreskrifter finns för analys av järnmalm. masugnsslagg, dolomit, eldfast material. Vidare behandlas bestämning av Mn, Ti, Zn, Cu, As, Ni, Co, Sn och Pb i

respektive malmer. Bestämning av guld och silver i olika malmer behandlas utförligt. Kapitlen om analys av metaller omfattar metoder för kopparlegeringar, lagermetaller, tackjärn och stål. Vidare behandlas analys av kol, hårdhetsbestämning i vatten och analys av industriella gaser.

Första upplagan av boken utkom 1911. Utgivarna har moderniserat analysmetoderna på flera punkter, men framställningen i övrigt, figurer, reaktionsformler m. m., har ej moderniserats i önskvärd grad. De klassiska analysmetoderna kan vi aldrig undvara, men i en bok, som utkommit 1953 kan man fordra en betydligt modernare framställning.

Bengt Rönnholm

Arendt—Dörmer, *Technik der Experimentalchemie*, Quelle und Meyer, Heidelberg 1954. 439 S., 231 Fig., DM 35:—.

En imponerande samling lärare- och elevexperiment: 100 på metalloiderna, 40 på metallerna, 90 inom den organiska och fysiologiska kemien och 50 fysikaliska, alla noga prövade och med talrika varianter för olika syften och anspråk; 2500 uppslagsord i registret, över 1500 litteraturhänvisningar och mer än 200 goda bilder möter läsaren i detta standardverk, som efter trettio år äntligen kommit ut i ny, elegant upplaga. En allmän del på 90 sidor om apparater, utrustning av lokaler, laboratorieteknik o. d. ger anvisningar av värde för alla som syssla med kemi i skolor. Vänner av tysk skicklighet och grundlighet skola hälsa denna bok med stor tillfredsställelse.

I viss motsats mot det övriga innehållet står dels den gammalmodiga uppläggningen av elektrokemi (t. ex. försöken med avsikt att visa de sekundära förloppen vid elektrolys av sulfater), dels den tafatta behandlingen av titreranalys (t. ex. beredning av lösningar genom noggrann uppvägning av beräknad mängd, som löses i felaktig volym för det pedagogiska nöjet att sedan späda till exakt 1-normal). Skada, att inte alla vackra skolförsök, som stått i Elementa, funnit väg till kontinenten.

Bertil Englund

John H. Harley and Stephen E. Wiberley, *Instrumental Analysis*. John Wiley & Sons, Inc., New York 1954, Pp. 440, $ 6.50.

Denna bok har ursprungligen tillkommit som handledning vid en kurs i instrumentell kemisk analys för avancerade kemistuderande vid Rensselaer Polytechnic Institute. Behovet av dylika kurser har under senare år framstått som brännande vid svenska universitet och högskolor och mycken möda har lagts ned på att ge våra kemistudenter undervisning i modern analytisk kemi. Här har innehavare av de nyinrättade akademiska lärarbefattningarna i analytisk kemi

gjort en storartad insats. Den tid, då utbildningen i avancerad analys innebar att man huvudsakligen fick »koka silikat», är vid deras institutioner lyckligen till ända.

Föreliggande amerikanska handledning innehåller systematiskt ordnade redogörelser för flertalet viktigare områden av den instrumentella analysen. Varje avsnitt inledes av en summarisk översikt av den grundläggande teorien och redogör detaljerat för de väsentliga beståndsdelarna i varje instrumenttyp. Härtill fogas beskrivningar av viktigare kommersiella (huvudsakligen amerikanska) instrument och kortfattade redogörelser för respektive metoders användningsområden och tillvägagångssättet vid utförande av analyserna. Ett avslutande kapitel ger en förteckning över lämpliga kursförsök. Framställningen är i allmänhet klar och redig och boken torde visa sig värdefull som kurshandbok även vid svenska institutioner. *Arne Magnéli*

T. I. Williams, *The Chemical Industry.* Penguin (Pelican) Books, London 1953, 192 s., kr. 2:—.

I denna lilla bok berättar utgivaren av tidskriften Endeavour hur kemien utvecklats från en famlande början till sin nuvarande storindustriella rangplats, varvid ej minst engelsmännens andel i utvecklingen understrykes. Ur forntidens tillfälliga upptäckter framväxer alkaliindustrien, svavelsyran — en industriens barometer — naturliga och syntetiska kolföreningar, världskrigets kemi, industriella gaser, jordbrukets och medicinens kemi, färgernas, explosivämnenas och plasternas mångskiftande områden.

För den som utan kemiska facktermer önskar en lättläst översikt av kemiens historia, speciellt den industriella utvecklingen, kryddad med belysande synpunkter, utgör boken — trots avsaknaden av illustrationer — en underhållande läsning. *E. Nordefeldt*

Radioteknisk Årsbok 1953—1954. Redaktör: John Schröder. Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1953, 196 sid., kr. 12:—.

Radioteknisk Årsbok började utgivas 1952 (jfr Elementa *35*, 281, 1952). Den är avsedd för ingenjörer »på mellanplanet», tekniker, servicemän och amatörer, dvs. samma kategorier radiofolk som tidskriften Populär Radio vänder sig till.

Årsboken innehåller artiklar av intresse även för fysiker; i den föreliggande andra volymen, som har dubbel årtalsbeteckning, ingår sålunda en uppsats om transistorer (22 sid.), skriven av de två välkända elektronikexperterna fil. lic. Dick Lundqvist och tekn. lic. Torkel Wallmark.

Våra tekniska läroanstalters utbildningskapacitet är otillräcklig vad beträffar de svagströmstekniska områdena. Utvecklingstakten på dessa

områden är snabb. Den utbildnings- och fortbildningsverksamhet, som Nordisk Rotogravyrs energiska och entusiastiska radiotekniska redaktion bedriver genom Populär Radio samt genom handböcker och årsböcker, är därför synnerligen betydelsefull. *Torsten Jönsson*

Gunnar Almkvist och Ernst Knave, *Laborationer del IV*, Svenska Bokförlaget, Bonniers, Stockholm 1954, 19 s., kr. 1:50.

Tidigare delar av författarnas arbete recenserades i Elementa *35* (1952) 59 277 och *37* (1954) 52. Den nyutkomna fjärde delen är avsedd för klass 5^5 och ring L II eller motsvarande och handlar huvudsakligen om mekanik. Innehållsförteckningen upptar: Resultanten till två krafter, Friktion, Lutande planet, Accelererad rörelse, Fritt fall, Kastparabeln, Pendeln, Mekaniskt arbete och lägesenergi, Specifikt värme, Mekaniska värmeekvivalenten, Elektrisk energi och värme, Verkningsgrad, Elektronrör och Resonans. Häftet gör samma goda intryck som tidigare delar, med klar uppställning och utmärkta illustrationer.
Bengt Liljeqvist

Gradualavhandlingar[1]

Ulla Uhler, *Investigations on the band-spectra of the diatomic oxides ZrO, NbO and AgO*, Stockholm 1954, Disp. vid Stockholms Högskola den 23 september 1954. Opponenter: docent Bengt Kleman och fil. mag. Stig Lindkvist.

Avhandlingens experimentella underlag har tidigare publicerats i fyra arbeten (Arkiv för Fysik). Ett av dessa har utförts i samarbete med docent Albin Lagerqvist, Stockholm, och dr Richard Barrow, Oxford. Ovannämnda separatarbeten innehåller rotationsanalyser av bandsystem tillhörande molekylerna zirkon-oxid, niob-oxid och silver-oxid. Avhandlingen ger en sammanfattning av de vunna experimentella resultaten, varjämte analogier med närbesläktade molekyler framhäves. I korthet diskuterades också de tre metalloxidernas termschema.

I första avsnittet behandlas zirkon-oxidens bandspektrum. Tre starka system existerar, varav två (α och γ) tidigare anlyserats av andra forskare och tolkats såsom $^3\Pi - {}^3\Pi$ och $(^3\Sigma) - {}^3\Pi$. Undersökning av rotationsstrukturen hos dessa bandsystem ger emellertid vid handen att övergångarna istället äro $^3\Delta - {}^3\Delta$ och $^3\Phi - {}^3\Delta$ respektive. Förf:s rotationsanalys av det tredje starka systemet (β) stöder starkt detta antagande. Detta utgöres av en $^3\Pi - {}^3\Delta$-övergång. De tre bandsystemen

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

ha en gemensam undernivå. Likheterna mellan zirkon-oxidens och titan-oxidens bandspektra belyses och de båda molekylernas termschema diskuteras. Den undre $^3\Delta$-termen är troligen identisk med grundtillståndet i både zirkon-oxiden och titan-oxiden.

Andra kapitlet behandlar niob-oxidens bandspektrum. Rotationsanalys av banden i det blå spektralområdet visar att de troligen representerar en $^2\Delta - ^2\Delta$ övergång. En jämförelse mellan niob-oxidens och vanadin-oxidens bandspektra ger ej den överensstämmelse, som är att vänta. Analysen av vanadin-oxiden synes dock ej vara helt invändningsfri. De båda molekylernas termschema och dissociationsprodukter diskuteras. Den undre $^2\Delta$-termen är troligen niob-oxidens grundtillstånd.

Sista kapitlet redovisar en rotationsanalys av silver-oxidens två starkaste bandsystem. Systemen har samma undernivå, $^2\Pi$, och utgöres båda av $^2\Pi - ^2\Pi$-övergångar. Relationerna mellan molekyltermerna för AgO och atomtermerna för Ag+O diskuteras kortfattat. Tillgängliga data räcker emellertid ej för att säkra resultat skall nås.

Arne Brändström, *On the anionoid and cationid substitutions of metallic derivatives of β-ketoesters and related compounds*, Uppsala 1954, sammanfattning av 10 uppsatser i Arkiv för Kemi och 4 uppsatser i Acta Chemica Scandinavica. Disp. i Uppsala 8 maj 1954. Opponenter: docent Sigvard Wideqvist och fil. lic. Lennart Schotte.

Natriumacetättikesters reaktioner ha varit föremål för talrika undersökningar och behandlas i de flesta elementära läroböcker i organisk kemi. Härvid utgår man från att natriumacetättikester är ett salt som dissocieras i natriumjoner och acetättikester-anjoner. Dessa senare anser man reagera med en alkylhalogenid under bildning av en alkylacetättikester.

Om denna teori vore riktig skulle reaktionshastigheten vid denna reaktion i stort sett ej bero av vilken alkaliförening av acetättikester som användes. I avhandlingen visas emellertid genom en enkel reaktionskinetisk undersökning att detta ej är fallet.

I tert-butylalkohol reagerar lithiumföreningen långsammast med metyljodid, och reaktionshastigheten stiger snabbt över natrium-, kalium- och rubidiumföreningen för att vara störst för cesiumföreningen. Om logaritmen för reaktionshastighetskonstanterna prickas mot det inverterade värdet av jonradien för de olika alkalimetallerna, falla punkterna på en rät linje.

Är metanol lösningsmedlet, gäller för motsvarande reaktion att för de olika alkaliföreningarna reaktionshastigheterna äro i ordningen Li <Na> K=Rb. Detta gör att vi måste tänka oss två olika reaktioner, en vars hastighet är oberoende av den metalljon som är närvarande i

lösningen, och vars betydelse ökar med stigande jonradie hos alkalimetallen och med stigande polaritet hos lösningsmedlet, och en annan vars hastighet faller med fallande jonradie och vars betydelse ökar med fallande jonradie och fallande polaritet hos lösningsmedlet.

Den förra av de två reaktionerna uppfyller väl villkoren för den fria anjonens reaktioner, medan i den senare alkalijonen måste vara bunden till anjonen. Då det är känt att de flesta metalljoner bindas vid anjoner av ketoestrar och diketoner under bildning av chelatföreningar, bör den senare reaktionen representera alkalichelatets reaktion.

Det erhållna resultatet är av värde, då det gäller att förklara C-alkyleringen av acetättikester, vilken blir ett direkt resultat av en alkylering av chelatet, medan däremot en reaktion med anjonen även kan ge upphov till O-substitution.

I samband härmed behandlas också acetättikesters reaktion med natriumalkoholat, vilken är omvändningen till syntesen av acetättikester ur etylacetat och natriumalkoholat. Även i detta fall visar det sig att metalljonen spelar en mycket stor roll för reaktionshastigheten. För att kunna göra reaktionskinetiska mätningar utfördes dessa i stället på systemet diacetättikester-isättika, vilket visade sig ge mycket värdefulla upplysningar beträffande det mer svårundersökta systemet acetättikester-alkohol.

På detta sätt finner man att bildningen av acetättikester ur etylacetat och natriumalkoholat tillgår så, att natriumföreningen av etylacetatet anlagrar en molekyl etylacetat, varefter en molekyl alkohol avspaltas på grund av de i reaktionen deltagande atomernas gynnsamma läge och elektriska laddningsförhållanden.

PIERRE WELANDER, *On the temperature jump in a rarefied gas,* Stockholm 1954. Disputation vid Stockholms Högskola den 24 april 1954. Opponenter: professor H. WERGELAND, Trondheim, tekn. dr. H. VON UBISCH (extra ordinem), fil. lic. P. O. OLSSON och fil. kand. G. KJELLBERG, Stockholm.

I gränsytan mellan en vägg och en förtunnad gas uppträder vid ledning av värme en diskontinuitet i temperaturförloppet, det s. k. temperatursprånget, som inte kan förklaras genom den vanliga fenomenologiska gasteorien. Den kinetiska gasteorien erbjuder å andra sidan en direkt förklaring till fenomenet, och kvantitativa resultat av korrekt storleksordning kan härledas genom rätt enkla gaskinetiska resonemang.

För att utveckla en exaktare teori är det emellertid nödvändigt att i detalj gå in på frågan hur hastighetsfördelningen av molekylerna ser ut i närheten av väggen. Hastighetsfördelningen kan i princip bestäm-

mas ur den s. k. Boltzmanns ekvation, men försök att lösa denna enligt de metoder som tidigare anvisats av Chapman och Enskog leder här inte till resultat: metoden kommer i själva verket att helt bryta samman i närheten av väggytan.

Författaren uppställer och löser Boltzmanns ekvation på en annan form, som bättre är anpassad till det aktuella problemet. Behandlingen är begränsad till 1-atomiga gaser i ett plant fall, och som vanligt betraktas endast små avvikelser från jämvikt. Vissa speciella antaganden har vidare måst göras beträffande mekanismen vid molekylernas kollisioner inbördes och mot väggen. Som resultat av de teoretiska överläggningarna framkommer ett par av integralekvationer av den s. k. Wiener-Hopfs typ för temperaturen och tätheten i gasen. Temperaturspränget framkommer vackert som egenvärdet för en parameter i dessa ekvationer. Temperatur- och täthetsförloppen i gasen har numeriskt beräknats med hjälp av den på Matematikmaskinnämnden i Stockholm konstruerade siffermaskinen BARK.

Resultaten kan sammanfattas sålunda: Inom ett gaslager intill väggytan med en tjocklek av några få fria medelväglängder kommer temperaturkurvan att avböja mycket starkt. Temperaturgradienten växer hela tiden till beloppet, då man närmar sig väggen, upp till ett oändligt värde vid själva väggytan. För temperaturspränget erhålles ett värde som överensstämmer med tidigare givna, så när som på att en förekommande faktor $(2-a)/a$, där a är den s. k. ackommodationskoefficienten, här ersatts med $(2-ka)/a$; k är en numerisk konstant, vars värde bestämts till 0,827. Det nya temperaturspränsvärdet synes stå i god överensstämmelse med den experimentella erfarenheten. Är resultatet korrekt, skulle det innebära att tidigare i litteraturen angivna värden på ackommodationskoefficienten måste sänkas.

Författaren har vidare diskuterat motsvarande fenomen i det cylindersymmetriska fallet som är av större intresse från praktisk synpunkt (varmtrådsmanometrar). Konstanten k är nu en funktion av förhållandet mellan fria medelväglängden och väggytans krökningsradie. Slutligen har kortfattat diskuterats teorien för det besläktade slip-fenomenet i det plana fallet.

Erik Forslind, *Lattice dynamics of ice and a case of diffuse x-ray scattering*, Stockholm 1954, 42 s. Disp. vid K. Tekn. Högskolan, 15 juni 1954. Opponenter: docent Per-Olov Löwdin, Uppsala och dr H. Fischmeister, Uppsala.

Arbetet innebär ett försök att via den klassiska gitterdynamiken (Born 1915, 1923) och den av Faxén (1918, 1923) och Waller (1923, 1925) grundade teorin för den selektiva, termiskt betingade röntgensprid-

ningen genomföra en teoretisk bestämning av iskristallens termiska svängningsspektrum och en undersökning av vissa påstådda anomalier i dess diffusa röntgenspektrum.

Då en kristall genomlyses av röntgenstrålning uppträder, förutom de ordinära Bragg-reflexerna, en diffus, selektiv spridning av ljuset betingad av atomernas termiska svängningsrörelser. Om man antager, att kristallen har oändlig utsträckning eller, ekvivalent därmed, inför periodiska randvillkor, kunna atomrörelserna beskrivas med tillhjälp av ett system av fortskridande plana vågor, vilka genomkorsa kristallen i alla riktningar, varvid den selektiva spridningen av det infallande röntgenljuset kan tänkas försiggå genom »reflexion» mot konsekutiva vågplan av konstant fas. Den mot Bragg-villkoret svarande »gitterkonstanten» är under dessa förhållanden bestämd av den aktuella svängningskomponentens våglängd. Fasrelationerna mellan de enskilda komponentvågorna äro emellertid icke konstanta i tiden, varför den spridda strålningen blir inkoherent och additiv endast m. a. på intensiteterna. Anledningen härtill är att söka, dels i atomrörelsernas anharmonicitet och villkorliga periodicitet, dels i de spontana fasändringar, som uppkomma vid energi- och impulsutbytet mellan gittervågor och ljusvågor eller, om man så vill, mellan fononer och fotoner. Teoretiskt uppstår även vid spridningsprocessen en förändring av den infallande röntgenstrålningens våglängd. De termiska gittersvängningarnas frekvenser äro emellertid så låga i förhållande till ljusvågens, att denna våglängdsändring i allmänhet icke är observerbar.

Växelverkan mellan en foton och en fonon ger upphov till en spridning av första ordningen, mellan en foton och två fononer till en spridning av andra ordningen osv. Den första ordningens intensiteter äro ofta, men icke alltid, dominerande över högre ordningar. I föreliggande fall visa de sig tillräckliga för en bedömning av den studerade effekten.

Inom ramen för de ovannämnda teorierna skulle sålunda en fullständig beskrivning av den diffusa röntgenspridningen ernås, om man på ett eller annat sätt kände kristallens interatomära kraftfält. Under vissa omständigheter föreligger möjlighet att bestämma de interatomära kraftkonstanterna ur kristallens makroelastiska egenskaper genom en direkt jämförelse mellan de termiska, lågfrekventa gittersvängningarna och deras akustiska motsvarighet under inverkan av en yttre excitationskälla. Såsom påvisats av Laval (1952) är en sådan jämförelse mellan den atomära och den makroelastiska teorin generellt möjlig endast under förutsättning av antisymmetriska komponenter hos spännings- och deformationstensorerna, varigenom antalet elasticitetskonstanter emellertid ökas från 21 till 45. Endast i det fallet, att centralkrafter verka mellan gittrets atomer, symmetriseras tensorerna

under reduktion av konstanterna till det klassiska antalet 21. Antalet konstanter reduceras ytterligare på vanligt sätt genom kravet på tensorinvarians under symmetrioperationerna och i det dynamiska fallet genom symmetriegenskaperna hos svängningarnas amplitudekvation. Denna senare reduktion omöjliggör dock en fullständig konstantbestämning enbart genom dynamiska försök, vilka måste kompletteras med studiet av linjära deformationer. Utom i fallet centralkrafter, kan man således vänta att de ur den klassiska elasticitetsteorin beräknade formfrekvensytorna, som karakterisera vågutbredningen i olika riktningar, skola uppvisa högre symmetri än de experimentellt observerade interferensfigurerna.

Förutsättningarna för den teoretiska bestämningen av isgittrets svängningsspektrum voro ur dessa synpunkter ogynnsamma. De bästa tillgängliga elasticitetskonstanterna voro bestämda ur dynamiska försök, tolkade enligt den klassiska elasticitetsteorin. Gittrets tetraedriska koordinationstyp och glesa struktur indikerade påtagliga avvikelser från centralkraftfältet och ett explicit hänsyntagande till protonens asymmetriska placering och platsväxling i vätebryggan skulle innebära en överväldigande matematisk arbetsinsats, som f. ö. vore helt omotiverad av noggrannheten i tillgängliga experimentella data. En tidigare kvantteoretisk undersökning av vattenmolekylen hade emellertid visat, att vätebryggan i en första approximation kan uppfattas som en ordinär kovalent bindning mellan syreatomerna med en till följd av väteatomens närvaro starkt reducerad energi.

Det låg då nära till hands att försöka en beskrivning av det intrakristallina fältet genom en tensoransats motsvarande en direkt koppling mellan syreatomerna, vilket leder till en hanterlig matematisk formalism och medger en enkel, sluten lösning av amplitudekvationen för vågutbredningen längs de kristallografiska axlarna. Å andra sidan baseras gitterdynamiken på giltigheten av Hooke's lag. Man förutsätter med andra ord a priori — och ofta med påtaglig praktisk framgång — låga amplituder och försumbar anharmonicitet hos gittersvängningarna. Detta motsvarar små tillskott från tensorns antisymmetriska komponent, vilken betraktades som försumbar vid bestämningen av de atomära konstanterna.

De under dessa förutsättningar genomförda numeriska beräkningarna av den diffusa röntgenspridningen leda till den observerade asymmetriska intensitetsfördelningen kring de diffusa huvudmaxima i det reciproka gittret. Resultaten klarlägga, att de experimentellt observerade, men teoretiskt oförklarade, band av icke försvinnande intensitet, som förbinda dessa maxima, uppstå som en följd av spridningsförmågans beroende av vinkelrelationerna mellan strålningens spridningsvektor och gittervågens amplitud- och utbredningsvektorer.

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

1957) *I ett rätvinkligt koordinatsystem är O origo och A en fast punkt på x-axeln. En variabel cirkel genom A och O skär y-axeln i B. Tangenterna till cirkeln i A och O råkas i C. Sök orten för mittpunkten av den på BC liggande kordan.* *X.*

1958) *I den givna triangeln ABC skär en med BC parallell transversal sidorna AB och AC i E och F resp., som ligga mellan A och resp. sidors mittpunkter. Linjerna EI parallell med AC och FJ parallell med AB skära BC i I resp. J. Hur ändras tyngdpunkten för ytan av trapetset EFIJ, då EF varierar på angivet sätt?* *X.*

1959) *Om a, b, c, äro olika stora, relativt prima, positiva heltal, vilkas kvadrater i nämnd ordning bilda en aritmetisk serie, så äro talen* $2b-a-c$ och $2b+a+c$ *antingen bägge jämna kvadrater eller också äro deras hälfter det. Detsamma gäller om* $2b+a-c$ *och* $2b-a+c$. *Y. Ekedahl*

Enklare matematiska uppgifter[2]

1960) Bestäm sådana heltalsvärden på koefficienterna p, q, r i ekvationen $x^3+px^2+qx+r=0$, att rötterna bli p, q, r.

Svar: $p_1=q_1=r_1=0$; $p_2=1$, $q_2=-2$, $r_2=0$; $p_3=1$, $q_3=-1$, $r_3=-1$.

1961) I triangeln ABC dragas medianerna AM, BN och CR. Visa, att $\sin \angle BAM \cdot \sin \angle ACR \cdot \sin \angle CBN = \sin \angle CAM \cdot \sin \angle BCR \cdot \sin \angle ABN$.

1962) En regelbunden sexhörnings yta delas i förhållandet 1 : 3 av en transversal, som går genom ett hörn. Hur lång är transversalen?

Svar: $1{,}75\,a$, om sidan är a.

1963) Den inskrivna cirkelns medelpunkt i en triangel delar två bisektriser i förhållandena 4 : 3 och 2 : 1 från hörnen räknat. Angiv förhållandet mellan triangelns sidor.

Svar: 5 : 7 : 9.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 1960 är insänd av *G. Wranglén*, 1961 av *G. Kinell*, 1962—1963 av *S. B.*, 1964—1969 av *I. Gunsjö*.

1964) I en rätvinklig triangel är den inskrivna cirkelns medelpunkt I, dess radie r. Höjden mot hypotenusan delar triangeln i två delar, i vilka de inskrivna cirklarnas medelpunkter äro I_1 och I_2. Hur stor är radien i cirkeln genom I, I_1 och I_2?

Svar: r.

1965) Förhållandet mellan basradierna i en parallellt stympad, rak kon är x ($x \geqq 1$). Förhållandet mellan konens volym och volymen av en rak cylinder med samma höjd och en basradie, som är medeltalet av konens basradier, är y. Visa, att y allitd är mindre än ett visst tal och bestäm $\lim_{x \to \infty} y$.

Svar: $y < \frac{4}{3}$; $\lim_{x \to \infty} y = \frac{4}{3}$.

1966) I en rätvinklig triangel är den inskrivna cirkelns radie r. En rektangel med två hörn på hypotenusan inskrives. Därvid uppstår utanför rektangeln tre trianglar, i vilka de inskrivna cirklarnas radier äro r_i ($i=1, 2, 3$). Visa, att $0{,}5r^2 \leqq \Sigma r_i^2 < r^2$.

1967) Sök och konstruera orten för minimipunkterna till kurvan $y=x^3-3ax^2+5$, när a varierar.

Svar: $y_{\min}=5$ för $x=0$, om $a<0$ och $y_{\min}=5-4a^3$ för $x=2a$, om $a>0$. Härav orten $y=5-\frac{1}{2}x^3$ för $x>0$.

1968) Triangeln ABC, som är likbent och rätvinklig vid A, är given till storlek och läge. Punkterna D och E dela BC harmoniskt. Sök orten för den kring triangeln ADE omskrivna cirkelns medelpunkt, när förhållandet vari BC delas varierar.

Svar: En rät linje genom A parallell med BC.

1969) Två parabler ha samma vertex och samma axel. Från en punkt på den ena parabeln drages tangenten till den andra. Visa, att förhållandet mellan deras vinkelkoefficienter är konstant.

Lösn. till uppg. 1930—1932.

1930) *En rät linje d, som vrider sig kring punkten D på den kring triangeln ABC omskrivna cirkeln, skär BC, CA, AB i A_1, B_1, C_1. Normalerna mot d i A_1, B_1, C_1 råka respektive normalerna i D mot DA, DB, DC i tre punkter, vilka ligga på en rät linje, som går genom en fast punkt.* V. *Thébault*

I de fall då linjen d går genom ett av hörnen A, B, C inses genast, att de tre ifrågavarande punkterna ligga på samma räta linje (en i ∞), som går genom den till D diametralt motsatta punkten D', vilken alltså måste vara den »fasta punkten». Om B' och C' äro

diametralt motsatta till B och C och normalerna mot d i B_1 och C_1 skära DB' och DC' i B_2 och C_2, behöver man därför endast visa, att B_2, C_2 och D' äro kollineära. Vi låta nu B, C, D och d vara fixa, medan A får genomlöpa cirkeln BCD. I den projektiva motsvarighet som då råder mellan B_2 och C_2 motsvarar D sig själv ($A \equiv D$), och då måste B_2C_2 vrida sig kring en fix punkt, som är D', ty man inser att två speciella B_2C_2 gå genom denna punkt. I. Om $A \equiv E$, andra skärningspunkt (utom D) mellan d och cirkeln, är $B_2C_2 \equiv ED'$. II. För $A \equiv D'$ är $AB \parallel DB'$, $AC \parallel DC'$, och man återföres till följande sats (som avser en annan figur): När en linje l genom hörnet P i parallellogrammen $PQRS$ skär sidorna RQ och RS i U och V och två parallella linjer genom U och V (i vårt fall normalerna till l) skära PQ, PS i U_1, V_1, så går linjen U_1V_1 genom R. Detta är ett specialfall av Pascals sats (Pappos' sats), ty då α, β, γ beteckna oändlighetspunkterna på PQ, SR; PS, QR; UU_1, VV_1, har sexhörningen $\alpha P \beta U \gamma V(\alpha)$ vartannat hörn på l och på ∞-linjen; U_1, V_1, R äro skärningspunkterna mellan motstående sidor två och två. *X.*

Även löst av *N. J.*

Annan lösning: De vinklar, som DA, DB, DC, d bilda med DD' beteckna vi α, β, γ, x resp. Om $DD'=1$, blir enl. sinusteoremet $DB=\cos\beta$ och $DA_1=\cos\beta\cos\gamma : \cos(\beta+\gamma-x)$; $DA_2=DA_1 : \sin(\alpha-x)$. Fälles höjden från A_2 mot DD', blir $\cot \angle DD'A_2=(1-DA_2\sin\alpha) : DA_2\cos\alpha=[\cos(\beta+\gamma-x)\sin(\alpha-x)-\cos\beta\cos\gamma\sin\alpha] : \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$. Permuteras α, β, γ, erhålles $\cot \angle DD'B_2$ och $\cot \angle DD'C_2$. De erhållna uttrycken visa sig vara lika. *S. B.*

1931) *Man drager två parallella obegränsade tangenter till en kubisk parabel P och mellan dem en parallell sekant l. Orten för mittpunkterna av de tre sträckor P avgränsar på l utgör, när l intager alla lägen, en kurva P_1. Sök förhållandet mellan areorna av de ytstycken i vilka P_1 och P dela det område som begränsas av tangenterna och mellanliggande ytterbågar av P.* *X.*

Om man väljer P:s inflexionspunkt I till origo, x-axeln parallell med tangenterna och y-axeln riktad mot P:s ∞-punkt samt antager ekv. för P vara $y=px^3+qx$, får man ekv. för P_1 genom att sätta $x_0=-\frac{1}{2}x$, $y_0=y$ (1). Detta emedan l skär P i $(x_1; y_0)$, $(x_2; y_0)$, $(x_3; y_0)$ och $x_0=\frac{1}{2}(x_1+x_2)$ samt $x_1+x_2+x_3=0$. Ha de givna P-tangenterna kontaktpunkterna A och A_1 och skärningspunkterna B resp. B_1, är P_1 enl. (1) en kubisk parabel ($y=-8px^3-2qx$) med samma inflexionspunkt och ∞-riktning som P. Den går genom A och A_1 samt tangerar AB och A_1B_1 i deras mittpunkter M och M_1. Av (1) följer, om AB skär y-axeln i J, att ytstycket AJI (längs P till A) är dubbelt så stort

som MJI (längs P_1 till M) samt att tangenten AB och P-bågen AIA_1B begränsa dubbelt så stor yta som linjen MA och P_1-bågen MIM_1A. Vidare har AIA_1BA nio gånger så stor yta som det förstnämnda stycket AJI och motsvarande för P_1. Detta följer av att $AB=3AJ$ och att $\int_0^3 (3x^2-x^3)\,dx : \int_0^1 (3x^2-x^3)\,dx = 9:1$, ty man kan utgå från P-ekv. $y=3x^2-x^3$, när A väljes till origo, AB till x-axel och y-axelns riktning oförändrad. Sättes slutligen $AJI=2a$, fås $MJI=a$, $MIM_1A=9a$, $MA_1I=M_1AI=6a$, $MBA_1=M_1B_1A=9a$. Svaret alltså 1 : 1 : 2 : 2 : 3 : 3.

X.

Även löst av *B. Nordman*

1932) *En godtycklig talföljd* $c_1, c_2, c_3 \ldots$ *är given. Beräkna* x_n *enligt rekursionsformlerna* $x_1-c_1=0$, $x_n-c_n=\sum_1^{n-1}(p)\,c_{n-p}\cdot x_p$, $n=2, 3 \ldots$ *Man finner ett polynom i* $c_1, \ldots c_n$. *Giv en förklaring av antalet olika termtyper däri. Beräkna speciellt* x_n, *då* $c_n=a^{n-1}$, $n=1, 2 \ldots$

R. Johnsson

Betrakta polynomen $f(t, x)=x_1t+x_2t^2+\ldots+x_nt^n$ och $f(t, c)=C_1t+C_2t^2+\ldots+C_nt^n$. Av rekursionsformlerna följer då, att $[1+f(t, x)][1+f(t, c)]=1+2f(t, x)+t^{n-1}.P(t)$, där $P(t)$ är ett polynom i t. Därav fås $f(t, x)=[1-t^{n+1}.P(t)]:[1-f(t, c)]-1$, vilket innebär, att x_n är koefficienten för t^n i $f(t, c)+f^2(t, c)+\ldots+f^n(t, c)+\ldots$, då man för tillräckligt små $|t|$ kan utveckla $1:[1-f(t, c)]$ i geometrisk serie på angivet sätt. Det från $(C_1t+C_2t^2+\ldots+C_nt^n)^m$ härrörande bidraget till x_n har enl. polynomialformeln värdet $\sum \frac{m!}{a_1!a_2!\ldots a_s!}\cdot C_{\beta_1}^{a_1}\cdot C_{\beta_2}^{a_2}\ldots C_{\beta_s}^{a_s}$ där summationen utsträckes över alla lösningar i naturliga hela tal till $\alpha_1\beta_1+\ldots+\alpha_s\beta_s=n$ och $\alpha_1+\alpha_2\ldots+\alpha_s=m$, $\beta_1<\beta_2<\ldots<\beta_s$. Allt som allt innehåller således x_n en termtyp $C_1^{\gamma_1}C_2^{\gamma_2}\ldots C_n^{\gamma_n}$ för varje sätt att skriva n som summa av γ_1 st. ettor γ_2 st. tvåor osv., där $\gamma_i=0$ och $0!=1$ för felande summander. Man kunde sammanfattningsvis sätta $x_n=\sum C_1^{\gamma_1}\cdot C_2^{\gamma_2}\ldots C_n^{\gamma_n}$ $(\gamma_1+\gamma_2+\ldots+\gamma_n)!:(\gamma_1!\cdot\gamma_2!\ldots\gamma_n!)$ utsträckt över alla s.k. partitioner av n.

För $C_n=a^{n-1}$ kan $f(t. c)$ utbytas mot $t:(1-at)$ för tillräckligt små $|t|$, och x_n blir koefficienten för t_n i $-1+1:[1-t:(1-at)]=t:[1-(a+1)t]$, dvs. $(a+1)^{n-1}$.

X.

Uppgift 1 i studentexamen, specialkurs, aug. 1954

hade lydelsen: »De räta linjerna $2x+y-5=0$ och $2x+y-30=0$ är tangent respektive normal till parabeln $y^2=4a(x-b)$. Bestäm konstanterna a och b.»

Om man känner avståndet mellan en given tangent och en med denna parallell normal kan parametern — med hjälp av kända egenskaper hos parabeln — beräknas på följande sätt.

Normalens fotpunkt antas vara P, projektionen av P på styrlinjen Q, tangenten i P skär styrlinjen i S och vertextangenten i T, O är vertex, F är fokus. Sättes $SP=d$ och $\angle QPS=\angle FPS=\alpha$, blir $QP=d\cos\alpha$, $QT=FT=d\cos\alpha\sin\alpha$ och $FO=d\cos\alpha\sin^2\alpha$. I vårt problem är $d=5\sqrt{5}$ och $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{2}$, varför $a=FO=2$. Normalens x-intercept är 15, varför $x_F=15-PQ=5$ och $b=3$. *S. Bågman*

Nya faktorer till Fermats tal

$F_n=2^{2^n}+1$ meddelas i tidskriften Mathematical Tables and other Aids to Computation, 7 (1953) 274. Sålunda har F_{10} och F_{16} faktorerna 45 592 577 resp. 825 753 601. Förutom de av Hj. Tallqvist i Elementa 25 (1942) 10 angivna faktorerna känner man även faktorn $579\cdot 2^{21}+1$ till F_{15}.

G. Danielsson

Anm. Red. vill rikta uppmärksamheten på ett tryckfel i Tallqvists tabell. Den kända faktorn för $n=36$ bör vara $2^{39}\cdot 5+1$.

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen

November 1954

Matematiska uppgifter för latinlinjen[1]

1. I en regelbunden sjuhörning är sidan 14,8 cm. Sök längden av den minsta diagonalen.
2. Lös ekvationen $\dfrac{4a^2-6ax-10x^2}{4a^2+4ax+x^2}=\dfrac{6x-24a}{2a+x}$, där a är en bekant storhet.
3. I en konvergent oändlig geometrisk serie är produkten av första och andra termerna lika med summan av första och tredje ter-

[1] Uppg. i matematik för allm. linjen vid Uppsala enskilda lärov. och privatgymn. utgjordes av latinlinjens nr 1, 3, 4, 5 (ej grafisk lösning), 8 och reallinjens, allm. kurs, nr 2, 3 (variant: likbent rätvinklig triangel), 5.

merna. Vidare är kvotens inverterade värde 40 % av seriens summa. Bestäm seriens första term.

4. I triangeln ABC är vinkeln A 75° och vinkeln B 60°. Bisektrisen till den sistnämnda vinkeln skär den motstående sidan i punkten D och höjden från hörnet A i punkten E. Hur stor del av triangeln ABC utgör triangeln ADE? Svaret skall anges både i förenklad exakt form och approximativt.

5. I rektangeln $ABCD$ är AB 8 cm och BC 6 cm. En rätvinklig triangel EFG är på så sätt inskriven i rektangeln, att den räta vinkelns spets F ligger på sidan BC, hörnet E på sidan CD, hörnet G på sidan AB samt att kateten EF är parallell med diagonalen BD. Undersök grafiskt, hur ytan av triangeln EFG varierar med sträckan $CF=x$, när punkten F rör sig från C till B, och ange med hjälp av diagrammet eller på annat sätt det största värde ytan kan anta.

6. En vinkel ABC kan approximativt delas i tre lika stora delar på följande sätt. På vinkelns ben avsättes sträckorna $AB=2$ längdenheter och $BC=3$ längdenheter. Från punkten C avsättes på vinkelbenet BC sträckan $CD=$ en tredjedel av sträckan AC, och genom punkten D drages normalen mot vinkelbenet BC. Denna normal skär sträckan AC i punkten E, som förenas med vinkelns spets B. Då är vinkeln CBE tillnärmelsevis en tredjedel av vinkeln ABC. Undersök, hur stort felet blir, om vinkeln ABC är 54,6°.

7. I triangeln ABC är sidorna $AB=3$ cm, $BC=9$ cm och $CA=7$ cm. Sök avstånden mellan hörnet B och ändpunkterna av den med sidan BC parallella diametern i den kring triangeln omskrivna cirkeln.

8. I kvadraten $ABCD$ är sidan 10 cm. Med sidan AB som hypotenusa uppritas inåt kvadraten en rätvinklig triangel AEB. Om förhållandet $AE:AB$ växer från 0,6 till 0,8, kommer sträckan CE att överfara en viss yta. Hur många procent av kvadraten upptar denna yta?

Resultat: 1. 26,7 cm. 2. $2a$; $-\frac{1}{8}^{3}a$; $(a\neq 0)$. 3. $2\frac{1}{2}$. 4. $(4-\sqrt{12}):3=0{,}1786$. — Trianglarna ABC och ADE är likformiga. 5. Ytan (i cm²) $=\frac{2}{24}^{5}[9-(x-3)^2]$ med max. $=9\frac{3}{8}$ för $x=3$. 6. 0,22° för stor. 7. 3,07 och 10,31 cm. — Om DE är den med BC parallella diametern och O centrum, är $\angle BOC=360°-2A$ och $\angle BED=\frac{1}{2}A-45°$, varför $BD=2R\sin(\frac{1}{2}A-45°)$, $BC=2R\cos(\frac{1}{2}A-45°)$, där $R=189:\sqrt{1235}$ osv. 8. 6,91 %. — Om E_1 och E_2 är E:s ytterlägen, är $E_1E_2=2{,}8$ cm (trianglarna ABE_1 och ABE_2 är kongruenta egyptiska trianglar). Den sökta ytan är ytan av trapetset OE_1CE_2O $(=2{,}8\cdot 5$ cm²) minskad med ytan av sektorn OE_1E_2, där O är AB:s mittpkt

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs

1. I en rät cirkulär kon och en rät cirkulär cylinder är bottenradierna lika stora som radien i en sfär. Volymerna av de tre kropparna, tagna i nämnd ordning, förhåller sig som 1 : 3 : 4. Hur förhåller sig kropparnas totala begränsningsytor?
2. Den svenska kronans realvärde beräknas ha minskat med 50 % under åren 1938—1952, dvs. för en krona fick man i slutet av år 1952 blott hälften av den varumängd, som man i början av år 1938 kunde ha köpt för samma mynt. Efter vilken räntefot borde ett kapital ha förräntats i en bank, om det vid början av år 1953 skulle ha haft samma realvärde, som det hade vid insättningen i banken vid början av år 1938? Räntan tänkes kapitaliserad vid varje års slut.
3. I funktionen $y=x^4-ax^2$ är a en positiv konstant. Bestäm denna konstant så, att motsvarande kurvas maximi- och minimipunkter blir hörn i en liksidig triangel.
4. Lös ekvationen $\cot 4x=4\cot x$.
5. I en rätvinklig triangel OXY drages från den räta vinkelns spets O tre räta linjer, nämligen bisektrisen OB, vilken skär hypotenusan i punkten B, medianen OM samt linjen OL till en punkt L på hypotenusan. Dessa tre linjer delar den givna triangeln i fyra likytiga delar. Beräkna det exakta värdet av förhållandet mellan sträckorna OL och OB.
6. Ett plant rektangulärt visitkort ligger på ett horisontellt bord. Det vikes längs en diagonal på så sätt, att det uppvikta hörnet kommer rakt ovanför en punkt på kortets ena långsida. Vinkeln mellan kortets båda halvor är då 45°. Beräkna förhållandet mellan kortets sidor.
7. En triangel ABC, vars medianer skär varandra i origo till ett rätvinkligt koordinatsystem, har hörnet A i punkten $(-3;\ -9)$ och hörnet B på kurvan $3y=x^3+3x^2-x-24$. Undersök, hur triangelns yta Y varierar, när B genomlöper kurvan, och åskådliggör detta i ett särskilt koordinatsystem.
8. En polygonlinje $A_0A_1A_2A_3A_4\ \ldots$ är uppritad på följande sätt. A_0, A_1 och A_2 är hörn i en rätvinklig triangel, där kateten A_1A_2 är mindre än kateten A_0A_1. Vidare gäller följande för $n=2,\ 3,\ 4,\ \ldots$ Sträckan A_nA_{n+1} är vinkelrät mot sträckan $A_{n-1}A_n$ och dragen åt A_{n-2} till, och kvoten mellan en sträcka och närmast föregående är konstant och lika med $A_1A_2 : A_0A_1$. Polygonlinjen har rätvinkliga

hörn och ett spiralliknande utseende. Visa, att punkten A_n har ett gränsläge, när n växer obegränsat, och bestäm detta läge.

Resultat: 1. $(1+\sqrt{2}):4:4$. 2. 4,73 %. 3. $\sqrt[3]{24}$. 4. $\pm 49{,}01° + n \cdot 180°$. 5. $\sqrt{41}:3$. — Med OX, OY som koordinataxlar och X (12; 0) blir Y (0; 4), B (3; 3), L (9; 1). 6. $\sqrt[4]{2}:1$. 7. Medianen genom A med ekv. $y=3x$ skär kurvan i punkterna (3; 9), (−2; −6), (−4; −12). Triangelytan T är därför $= k(x+4)(x+2)(x-3)$, där man kan bestämma konstanten k genom att t. ex. sätta $x=0$, då $T=36$; $k=\pm 1{,}5$. Man kan också söka ytan av AOB som utgör $\frac{1}{3}$ av ABC. När x växer från $-\infty$ till −4, avtar T från ∞ till 0 för att sedan växa till max. $= -18+\frac{1}{3}\cdot\sqrt{39}$ för $x=-1-\frac{1}{3}\sqrt{39}$, avtar till 0, för $x=-2$, växer till max. $=18+\frac{1}{3}\sqrt{39}$ för $x=-1+\frac{1}{3}\sqrt{39}$, avtar till 0 för $x=3$ och växer sedan till ∞. 8. Om A_1 (0; 0), A_0 (a; 0). A_2 (0; b), så är limespunkten $[ab^2:(a^2+b^2);\ a^2b:(a^2+b^2)]$, dvs. fotpunkten för höjden mot A_0A_2.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. Visa, att varje funktion av formen $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, där a, b, c och d är godtyckliga konstanter, satisfierar ekvationen $3\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)^2-2\dfrac{dy}{dx}\cdot\dfrac{d^3y}{dx^3}=0$
2. Parabeln $y^2=4ax$ träffas av en ljusstråle, som går från vertex längs den räta linjen $y=2x$. Sedan strålen en gång reflekterats mot parabeln, löper den längs en annan rät linje. Bestäm dennas ekvation.
3. Upprita kurvan $y=\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^3$ med angivande av eventuella asymptoter, maximi-, minimi- och inflexionspunkter.
4. En ellips, vars brännpunkter ligger på y-axeln i ett rätvinkligt koordinatsystem, tangeras av de räta linjerna $2x+y-6=0$ och $2x+y+4=0$. Avståndet mellan brännpunkterna är lika stort som avståndet mellan de givna tangenterna. Sök ellipsens ekvation.
5. En rät linje L och en punkt A utanför densamma är givna. Genom A drages en rät linje, som skär L i punkten P. En cirkel tangerar AP i P och avskär av L en korda, vars längd är lika med dubbla avståndet från A till L. Sök och konstruera orten för cirkelns medelpunkt, när punkten P beskriver linjen L.
6. Ekvationen $3x^2-4y^2+6x+36y+m=0$ betyder för olika värden på konstanten m en kurva, som i allmänhet är en hyperbel. Diskutera kurvans utseende för olika värden på m, och ange det samband,

som måste finnas mellan två m-värden, m_1 och m_2, för att motsvarande kurvor skall vara konjugathyperbler.

7. Toppvinkeln i en rät cirkulär kon är 2α. En kropp, sammansatt av en rät cirkulär cylinder och en halvsfär, vars plana begränsningsyta sammanfaller med cylinderns ena basyta, är placerad i konen på följande sätt: cylinderns andra basyta faller utefter konens basyta och dess axel utefter konens axel, och halvsfärens buktiga yta tangerar konens mantelyta. Bestäm förhållandet z mellan den nämnda sammansatta kroppens volym och konens volym som funktion av förhållandet t mellan cylinderns och konens bottenradier. Ange det område, inom vilket t kan variera. Undersök därefter, hur z varierar för t inom detta område. Visa bl. a., att z har ett maximivärde inom området, om α uppfyller ett visst villkor. Åskådliggör slutligen funktionen z med särskilda diagram över de olika fall, som kan förekomma. — Det erfordras icke men betraktas som en förtjänst, om även följande undersökning utföres. Ovan nämnda maximivärde för z är en funktion av vinkeln α. Undersök, hur denna funktion varierar, då α antar de värden, som är möjliga. Ange speciellt det största värde, som funktionen kan anta.

Resultat: **2.** $x-2y+3a=0$. — Då reflex. sker i parameterns ändpunkt, blir normalens vinkelkoeff. -1 och strålens $\frac{1}{2}$. **3.** Asymptoter: $x=1$, $y=1$. När x växer från $-\infty$ till $+1$, avtar y monotont från $+1$ till $-\infty$, och när x växer från $+1$ till $+\infty$, avtar y från $+\infty$ till $+1$. Infl.punkter i $(0;\ 0)$ och $(-1;\ +\frac{1}{8})$. **4.** $9x^2+4(y-1)^2=36$. **5.** Orten utgöres av två räta linjer, som med L bildar $45°$ och som går genom den punkt, som är bilden av A vid spegling i L. **6.** Av $3(x+1)^2-(2y-9)^2+78+m=0$ framgår, att ekv. för $m\neq -78$ betyder hyperbler med asymptoterna $(x+1)\sqrt{3}\pm(2y-9)=0$. Transversalaxeln är för $m<-78$ parallell med x-axeln, för $m>-78$ parallell med y-axeln. För $m=-78$ betyder ekv. nyssnämnda asymptoter. Tillhörande kurvor är konjugathyperbler, om $\frac{1}{2}(m_1+m_2)=-78$. **7.** $z\cos\alpha=3t^2\cos\alpha-(3-2\sin\alpha)t^3$, $0<t<\cos\alpha$. Man får $u=z_{\max}=t^2$ för $t=2\cos\alpha:(3-2\sin\alpha)<\cos\alpha$, ett villkor som ger $\sin\alpha<0{,}5$, dvs. $0<\alpha<\frac{1}{6}\pi$. Som funktion av α växer u monotont från $\frac{4}{9}$ till $\frac{3}{4}$, när α går från 0 till $\frac{1}{6}\pi$. Detta framgår utan räkning av att $1/u$ är kvadraten på vinkelkoeff. för den linje, som i ett xy-system förenar punkterna $(0;\ 1{,}5)$ och $(\cos\alpha;\ \sin\alpha)$ på enhetscirkeln. — I ett tz-plan åskådliggöres z av den i området $0<t<\cos\alpha$ liggande delen av en kubisk parabel, som i origo tangerar x-axeln. Den råkar åter positiva t-axeln i en punkt P utanför området. Den max.pkt, som måste finnas mellan origo och P, tillhör nämnda område, när $0<\alpha<\frac{1}{6}\pi$. Den faller utanför området, då $\frac{1}{2}\pi>\alpha>\frac{1}{6}\pi$ och på gränsen, då $t=\frac{1}{2}\sqrt{3}$ och $\alpha=\frac{1}{6}\pi$.

Uppgifter i fysik

1. En likströmsmotor arbetar med 750 V spänning och drar vid viss belastning en ström av 12,0 A, varvid den avger en effekt av 10,5 hk. Hur mycket energi, mätt i kcal, går samtidigt förlorad i motorn per min?
2. Efter en motorvagn är kopplade två lastvagnar A och B, med A närmast motorvagnen. Vagnen A väger med last 47,0 ton, vagnen B 36,4 ton. Friktionsmotstånden utgör för A 0,8 % och för B 1,0 % av tyngden. I ett visst ögonblick är den horisontella dragkraften i motorvagnens krok 5,15 Mp. Hur stor kraft verkar samtidigt i kopplingen mellan A och B? Vägbanan förutsättes vara rak och horisontell.
3. För att bestämma etylalkoholens ångbildningsvärme vid dess kokpunkt förfor man på följande sätt. Vätskan hälldes i ett kärl, i vilket den kunde uppvärmas med elektrisk ström genom en motståndsspiral, vars resistans var 4,40 ohm. Vid kokning utvecklad ånga kunde bortledas genom ett rör och efter kylning åter kondenseras. Vid ett försök, då en konstant ström av 2,25 A leddes genom motståndstråden, fick vätskan koka under 18,0 min, varvid den utvecklade ångmängden befanns uppgå till 27,4 g. Vid ett annat, likartat försök var strömstyrkan 2,75 A, och under samma tid utvecklades därvid en ångmängd av 41,5 g. Kokpunkten var vid båda försöken densamma. Beräkna etylalkoholens ångbildningsvärme.
4. Vattnets djup i ett akvarium är 20 cm. Man önskar på dess botten belysa ett litet område, som kan anses vara punktformigt. För den skull riktas ett knippe vertikala ljusstrålar mot vattenytan, och på lämplig höjd över densamma inskjutes i detta knippe en tunn samlingslins med lodrät huvudaxel. Linsens brännvidd är 25 cm. Beräkna linsens höjd över vattenytan. Enkel figur över strålgången erfordras.
5. För att bestämma brännvidden för en spridningslins uppställde man på en optisk bänk med sammanfallande huvudaxlar i ordning en för parallellstrålar inställd avläsningskikare, spridningslinsen samt en samlingslins med brännvidden 8,0 cm och vinkelrätt däremot en belyst skala. Avståndet mellan skalan och spridningslinsen var 42,5 cm. Samlingslinsen kunde skjutas längs den optiska bänken mellan skalan och spridningslinsen. Man fann, att vid två olika lägen av samlingslinsen, 30,0 cm från varandra, kikaren gav en skarp bild av skalan. Beräkna spridningslinsens brännvidd. I figur behöver endast strålgång utanför kikaren ritas. Föremålet kan därvid anses som punktformigt och liggande på den optiska huvudaxeln.

6. Resistansen hos ett motstånd skall bestämmas. Till en ackumulator anslutes i serie en amperemeter, motståndet och en strömbrytare. Över motstånd och strömbrytare kopplas parallellt en voltmeter. Då strömbrytaren är sluten, visar amperemetern 0,0064 A och voltmetern 1,22 V. Vid öppen strömbrytare visar amperemetern 0,0025 A och voltmetern 1,25 V. Beräkna ur dessa uppgifter motståndets resistans. Kopplingsschema erfordras.
7. En person önskar undersöka två elektriska batterier med ganska höga men icke lika stora inre resistanser och hade därvid till sitt förfogande en voltmeter med förhållandevis låg resistans. Först kopplade han batterierna i serie men med polerna åt motsatt håll och mätte med voltmetern detta sammansatta batteris polspänning. Voltmeterns utslag blev noll. Sedan bestämde han polspänningen hos vartdera batteriet. Han erhöll därvid värdena 210 V, resp. 240 V. Slutligen kopplade han batterierna i serie, så att de samverkade. Nu blev polspänningen 373 V. Beräkna batteriernas elektromotoriska krafter. Vid spänningsmätningarna var hela tiden samma mätområde på voltmetern inkopplat.
8. När det ljuskänsliga skiktet i en fotocell belyses, kan elektroner frigöras. Mellan fotocellens katod och anod uppstår därvid en spänning V. För denna fotoeffekt gäller sambandet

$$h \cdot \nu = P + e \cdot V$$

där h är en konstant (Plancks konstant), ν ljusets svängningstal, P det arbete, som åtgår för att nätt och jämnt frigöra elektronen från ytan, e elektronens laddning ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ coulomb) och V spänningen mellan fotocellens elektroder. I två försök bestrålades skiktet med ljus, först av våglängden 4050 Å.E. sedan 5780 Å.E. Skillnaden mellan de värden på spänningen, som därvid erhölls, befanns vara 0,92 V. Beräkna härav ett värde på h i joulesek. 1 Å.E. $= 10^{-8}$ cm. Ljusets hastighet i tomrummet är $3{,}0 \cdot 10^{10}$ cm/sek.

Resultat: **1.** 18,3 kcal/min. **2.** 2,29 Mp. **3.** 202 cal/g. **4.** 10 cm. **5.** $-7{,}5$ cm. **6.** 308 ohm. **7.** 280 V. **8.** $6{,}64 \cdot 10^{-34}$ joulesek.

Realexamen h. t. 1954

Provräkning

1. Lös ekvationen $\dfrac{15x}{3x-2{,}5} - 2\left(\dfrac{6x+40}{9x^2-6{,}25} - \dfrac{9}{12x+10}\right) = 5$
2. Vinklarna A och B i triangeln ABC förhåller sig som 2 : 3. Triangelns yttervinkel vid C är 150°. Bestäm triangelns vinklar.
3. En person skall den 21 februari betala en skuld på 3882 kr. 61 öre.

På grund härav säljer han nämnda dag till 98 % kurs en 4 % obligation å nominellt 4000 kr. Ränteterminerna är 15 juni och 15 december. Hur mycket får han över, sedan han betalat skulden?

4. I ett parallelltrapets är de parallella sidorna 4 cm och 6 cm samt en av diagonalerna 5,5 cm. Bestäm de delar, i vilka denna diagonal delas av den andra diagonalen.
5. En person skall cykla från *A* till *B* och åter. Under färden från *A* till *B* har han medvind och cyklar då med en jämn hastighet av 24 km/tim. På återvägen kan han på grund av motvinden hålla en jämn hastighet av endast 12 km/tim. Beräkna hans medelhastighet för hela resan.
6. I triangeln *ABC* är sidan *BC* 12 cm, vinkeln *C* 60° samt höjden mot sidan *AC* tre gånger så stor som höjden mot sidan *BC*. Hur stor är sidan *AB*?
7. Inköpssumman för ett parti charkuterivaror, bestående av 75 kg fläsk och 54 kg kalvkött, var sammanlagt 684 kr. På priset för det förra hade man beräknat 25 % pålägg och för det senare $33\frac{1}{3}$ % pålägg. Försäljningssumman för hela partiet blev 882 kr. Beräkna försäljningspriset per kg för fläsk och för kalvkött.
8. Kring ett massivt klot av järn gjutes ett jämntjockt lager av bly, varigenom kulans diameter ökas med 10 %. Med hur många procent ökas kulans vikt, om 1 cm³ järn väger 7,8 g och 1 cm³ bly 11,2 g?

Resultat: **1.** $1\frac{7}{15}$. **2.** $A=60°$, $B=90°$, $C=30°$. **3.** 66,72 kr. **4.** 2,2 och 3,3 cm. **5.** 16 km/tim. **6.** $\sqrt{112}=10{,}58$ cm. **7.** Resp. 6 och 8 kr/kg. **8.** 47,5 %.[1]

Praktisk realexamen h. t. 1954

Uppgifter i fysik för maskinteknisk linje

1. En kvartsbit upphänges i en känslig fjädervåg. Fjädervågen visar 51,28 p. Nedsänkes kvartsbiten i koltetraklorid av 0° C, visar vågen 20,56 p och i koltetraklorid av +20° C 21,28 p. Sök förhållandet mellan koltetrakloridens täthet vid 0° C och dess täthet vid +20° C. Kvartsbiten kan anses ha samma volym vid 0° C och +20° C.
2. En lodrät parallellepipedisk betongpelare har rektangulär basyta med sidorna 0,6 m och 0,4 m samt höjden 3,2 m. Beräkna i kp/m² storleken av det vindtryck, som behövs för att blåsa ikull denna pelare, om den står på ett plant och fast underlag. Vindtrycket antas verka vinkelrätt mot en av pelarens större sidoytor och vara jämnt fördelat över denna. Tätheten för betong är 2,0 g/cm³. Enkel figur erfordras.
3. Ett elektriskt lok, som rör sig på en horisontell bana, har i ett

[1] Rättelse: Svaret till nr 6 i provräkningen v. t. 1954 — Elementa *37* (1954) 143 — skall vara 26 km.

Trettiosjunde årgångens innehåll
1954

ADELL, B. Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning: årsmöte i april och höstmöte i nov. 1954 ..... 121, 261

— Anm. av Mittasch, Salpetersäure aus Ammoniak 133

ALMGREN, H. Uppg. 3 i studentexamen, specialkurs, mars 1954 119

ANDERSSON, B. Anm. av Rouse/Howe, Basic Mechanics of Fluids (50), Batchelor, The Theory of Homogeneous Turbulence (128).

ANDERSSON, J. Uppg. 1 i studentex., specialkurs, mars 1954 (118), Några exakta sinusvärden (182), Bildkonstruktion vid brytning i en sfärisk gränsyta (254), En optisk sats (255).

— Anm. av Hofmann, Geschichte der Mathematik I (193), Ore, Niels Henrik Abel (264).

ARVIDSSON, G. Anm. av Swensson, Fysikaliska och tekniska beräkningar med hjälp av det rationaliserade MKSA-systemet 275

AUGUSTINSSON, K.-B. Enzymkemi II 14

— Anm. av Snell, Biochemical Preparations III 208

AURIVILLIUS, KARIN. Anm. av Jander/Jahr, Massanalyse I, II 55

BERGSTRÖM, V. Anm. av Spoerel, Mathematik von der Schule zur Hochschule 193

BERNDT, S. Anm. av Rauscher, Introduction to Aeronautical Dynamics 197

BJÖRCK, G. Anm. av Wylie, Calculus 124

BLOM, C. E. En studentuppgift och en triangelsats (36), En fysikalisk studentuppgift från 1944. Ett beriktigande (119), Elementa under 1954. Några data (263).

BLOM, G. Anm. av Herdan, Small Particle Statistics (44), Romig, 50—100 Binomial Tables (58), Braithwaite, Scientific Explanation (126), Hansen/Hurwitz/Madow, Sample Survey Methods and Theory (127), Cochran, Sampling Techniques (127), Charnes/Cooper/Henderson, An Introduction to Linear Programming (267), McKinsey, Introduction to the Theory of Games (268), Williams, The Compleat Strategyst (268), Blackwell/Girshick, Theory of Games and Statistical Decisions (268), Thrall/Coombs/Davis, Decision Processes (268), Bross, Design for Decision (268).

Brimberg, S. Anm. av Delachet, La résistance des materiaux .. 202
Brändström, A. On the anionoid and cationid substitutions of metallic derivatives etc. (autoref. av gradualavh.) 284
Bågman, S. Uppgift 1 i studentex., specialkurs, aug. 1954 293
Carlsson, P. Syntes av svavelsyra 38
Dahlin, E. Anm. av Peterson, Stress Concentration Design Factors 204
Danielsson, G. Nya faktorer till Fermats tal 293
Danielson, S. Anm. av Langer, A First Course in Ordinary Differential Equations 266
Elfving, A. Schema för problem om inköps- och försäljningspriser (112), Astronomiska bilder tillverkade av lysfärg (118).
Englund, B. Elströmmens värmeverkningar. Ett demonstrationsförsök (37), Strukturformlerna i skolans kemiundervisning (165), Joner i lösning — ett nytt betraktelsesätt presenteras (247).
— Anm. av Börner, Welcher Stein ist das? (56), Pascal, Notions élémentaires de chimie générale à lumière des théories modernes (148), Ketelaar, Chemical Constitution (148), Arendt/Dörmer, Technik der Experimentalchemie (281).
Faxén, H. Ref. av gradualavh. av Kivisild, Wind effect on shallow bodies of water etc. 210
— Anm. av Pérès, Mécanique générale (196), Garnier, Cours de cinématique I (274).
Fjellstedt, L. Anm. av Dubreil-Jacotin/Lesieur/Croisot, Leçons sur la théorie des treillis 265
Forsberg, G. Några alifatiska klorhydriner och deras alkaliska hydrolys (autoref. av gradualavh.) 211
Forslind, E. Lattice dynamics of ice and a case of diffuse x-ray scattering (autoref. av gradualavh.) 286
Froste, B. Uppg. 5 i studentex., specialkurs, nov. 1953 35
Ganelius, T. Sequences of analytic functions and their zeros (autoref. av gradualavh.) 63
— Anm. av Milloux, Principes. Méthodes générales etc. 195
Gráf, T. Anm. av Heisenberg, Nuclear Physics 272
Grimsell, E. Anm. av Böös/Lundberg/Leden, Lärobok i kemi för gymnasiet (56), Englund, Kemi som hobby (57), Ekman/Sandström, Lärobok i organisk kemi (59).
Gustaver, Bror. Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Program för årsmöte i jan. 1955 262
Günther, G. Anm. av Bowen/Wokes, Fluorescence of Solutions 201
Hall, T. Anm. av Nilsson/Wigforss, Geometri och planimetri 194
Hallert, B. Fotogrammetri II 89
Hambræus, Elsa. Studieresa anordnad av Industriens Upplysningstjänst 189

Hanner, O. Anm. av Bourbaki, Éléments de mathématique. I .. 45
Hellström, H. Vätskors ångtryck 37
Hilding, S. Uppg. 8 i studentex., latinlinjen, nov. 1953 36
— Anm. av Schubert/Fitting, Mathematische Mussestunden .. 45
Hjalmars, S. Anm. av Durand, Électrostatique et magnétostatique 199
Huldt, L. Anm. av Rocard, Thermodynamique 49
Hörmander, L. Anm. av Fréchet, Pages choisies d'analyse générale 267
Ingelstam, E. Fysikaliska grundprinciper i Zernikes faskontrastmetod. Nobelpriset i fysik 1953 1
— Anm. av Geldard, The Human Senses 270
Johansson, A. Anm. av Specht, Quantitative anorganische Analyse in der Technik 280
Jonsson, C. V. Avståndet från en punkt till en rät linje 253
Juringius, N. Uppg. 6 i studentex., specialkurs, jan. 1953 (120), Uppg. 1861, Elementa 36 (1953) 292, (182).
Jönsson, T. Anm. av Reports on Progress in Physics Vol. XVI (130), Gordy/Smith/Trambarulo, Microwave Spectroscopy (200), Kiely, Dielectric Aerials (277), Sweeney, Measurement Techniques in Mechanical Engineering (277), Ramo/Whinnery, Fields and Waves in Modern Radio (278), Fowler, Introduction to Electric Theory (278), Radioteknisk årsbok 1953/54 (282).
Kiessling, R. Hårdmetall, en viktig pulvermetallurgisk produkt 23
Kjellberg, G. Anm. av Milne, Numerical Solution of Differential Equations 43
Kuylenstierna, N. Om trigonometriska ekvationer av andra graden i sinus och cosinus 171
Larsson, D. Ett talteoretiskt problem 30
Lech, Chr. Anm. av Northcott, Ideal Theory 46
Leide, A. Andra nordiska kongressen för lärare i matematik, fysik, kemi 186
Lenander, K. J. Termisk dissociation av vattenånga 259
Liljeqvist, B. Ett enkelt planetarium 257
— Anm. av Almkvist/Knave, Laborationer III, IV 52, 283
Linde, J. O. Anm. av Kittel, Introduction to Solid State Physics .. 51
Lindstedt, G. Anm. av Grignard, Traité de chimie organique (55), Klages, Lehrbuch der organischen Chemie I: 2 (207).
Lundberg, J. Anm. av Lippmann, Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik II 53
Lundquist, O. Något om avbildningsfelen vid linser 149
Lundquist, S. Anm. av Focken, Dimensional Methods (196), Purday, Linear Equations in Applied Mechanics (266).

Lunell, E. Anm. av Sjöstrand, Differential- och integralkalkyl för tekniska läroverk (46), Hyltén-Cavallius/Sandgren, Plan geometri (123).
Löfman, N. »Protonfaktor» och »redoxfaktor» som ersättare för begreppen normalitet m. fl. 169
Löwenhamn, E. Destillerat vatten, Magnetiska egenskaper hos olika järnsorter 184
Madebrink, Å. En fortbildningskurs för fysik- och kemilärare 188
Magnéli, A. Anm. av Harley/Wiberley, Instrumental Analysis .. 281
Magnusson, H. Kastparabeln 34
Matell, M. Stereochemical studies on plant growth substances (autoref. av gradualavh.) 64
Mohlin, E. En fallapparat med pendel 176
Nilsson, S. B. Anm. av Hjalmars, Teoretisk fysik 273
Nordefeldt, E. Anm. av Weaver/Foster, Chemistry for Our Times (207), Williams, The Chemical Industry (282).
Olson, Hj. Rymdvinklar 241
Olsson, O. Ersättningsemk och ersättningsresistans 256
Olsson, P. O. M. Anm. av Spain, Tensor Calculus (125), Julia, Cours de géométrie infinitésimale (265).
v. Proschwitz, K. Anm. av Alfsen/Skjulstad/Sollesnes, Matematikk for språklinjene 47
Riesel, H. Anm. av Hörmander/Sandgren, Matematisk problemsamling för två betyg (126), Bowman, Introduction to Elliptic Functions (192), MacDuffee, Theory of Equations (195).
Råde, L. Anm. av Cooly, First Course in Calculus 192
Rådström, H. Anm. av Hodge/Pedoe, Methods of Algebraic Geometry II 43
Rånby, B. Den makromolekylära kemiens utveckling. H. Staudinger, Nobelpriset i kemi 1953 77
Råstad, H. Dobbeltstråleoscillografen 237
Rönnholm, B. Anm. av Huybrechts, Chimie analytique appliquée à la métallurgie 280
Sandelius. M. Anm. av Genberg, Statistisk analys 269
Sanner, V. H. Våglängdsbestämning utan spektrometer 117
Siegbahn, K. Anm. av Experimental Nuclear Physics (48), Klemperer, Electron Optics (131), Birks, Scintillation Counters (271), Ramsey, Nuclear Moments (272).
Siljeholm, G. Anm. av Meek/Craggs, Electrical Breakdown of Gases 202
Sillén, L. G. Anm. av Audrieth/Kleinberg, Non-aqueous solvents 132

Sjögren, K. Anm. av Massey, Atoms and Energy (204), Kosmos bd 31 (209).
Sjöström, M. Användningen av tröghetskrafter inom realgymnasiets dynamikkurs 179
Slätis, H. Anm. av Bjerge, Elektron- og Atomfysik 198
Staffansson, E. Ny giv för fysikaliska demonstrationer 113
— Något om den geometriska optikens grunder 225
— Anm. av Baker/Ryder, Temperature Measurement in Engineering 203
Starck, G. En enkel, billig och effektiv gasometer (38), Demonstration av Tyndalleffekten (257), Svenska Kemistsamfundet anordnar föredrag (260).
Stolt, B. Über Axiomensysteme, die eine abstrakte Gruppe bestimmen (autoref. av gradualavh.) 59
Svenonius, B. Trianglar ABC med heltalssidor och given cos (B—A) 102
Tandberg, J. Anm. av Young, Materials and Processes (204), Statens naturvetenskapliga forskningsråds årsbok årg. 6 (208), Boken om naturen. Materien (276).
Tideman, M. Anm. av Gellerstedt, 800 övningsuppg. i matematik 264
v. Ubisch, H. Naturligt tritium, en ny isotop för åldersbestämning .. 85
Uddling, Å. Anm. av Willstaedt/Virgin/Myrbäck, Kemi med biokemi 57
Uggla, E. Anm. av De Broglie, Éléments de théorie des quanta et de mécanique ondulatoire 129
Uhler, Ulla. Investigations on the band-spectra of the diatomic oxides ZrO, NbO and AgO (autoref. av gradualavh.) 283
Wallenquist, Å. Fotografiska solförmörkelseobservationer med mindre instrument 107
Walles, E. Newtons tredje rörelselag 33
Welander, P. On the temperature jump in a rarefied gas (autoref. av gradualavh.) 285
Westerlund, B. Luminosity Effects and Colour-Equivalents as Measured in Short Stellar Spectra (ref. av gradualavh.) 61
Weibull, B. Anm. av Siggia, Quantitative Organic Analysis via Functional Groups 206
Wetterwik, E. Svenska Teknologföreningen utdelar rikspremier 185
— Anm. av Gronau, Physikalisches Experimentierbuch 51
Wideqvist, S. Oxidationstal vid organiska föreningar 250
— Anm. av Timmermans, Les constantes physiques des composés organiques cristallisés 279
Wilner, T. Impulsförsök (32), Likspänningsaggregat (183), Belysningsanordning (184).
Wranglén, G. Tredjegradsekvationen på gymnasiet 116

Under rubriken »Aktuellt»:

Den totala solförmörkelsen 30 juni 1954 (39, 121); Industriens Upplysningstjänst, studieresa (42, 189), periodiska meddelanden (260); Sommarkurs i fysiologi och farmakologi (122, 263); Svenska Teknologföreningen utdelar rikspremier (185); Svenska Kemistsamfundet anordnar föredrag (260); Fortbildningskurs för fysik- och kemilärare (188); Andra nordiska kongressen för lärare i matem., fysik, kemi i Århus i aug. 1954 (41, 186); Föreningen för matem.naturv. undervisning, årsmöte i Stockholm i jan. 1954 (39), preliminärt medd. om årsmöte i jan. 1955 (262); Föreningen i Lund för matem.naturv. underv., vår- och höstmöte (121, 261).

Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 65, 134, 215, 289

Matem. och fysikaliska uppg. vid studentskrivningar och fyllnadsprövningar 1954: jan. (69), mars (137), aug. (219), nov. (293).

Notiser ang. några studentuppgifter: Matematik, specialkurs: nr 6, jan. 1953 (120); nr 5, nov. 1953 (35); nr 1 och 3, mars 1954 (118); nr 1, aug. 1954 (293). Matematik, latinlinjen: nr 8, nov. 1953 (36).

Provräkning i realexamen vt och ht 1954 ..... 142, 299

Praktisk realexamen vt och ht 1954: Uppg. för maskinteknisk linje i fysik (144, 300), i maskin- och byggnadslära (147, 303). Uppg. för kemisk-teknisk linje i fysik (145, 302), i kemi och laborationsteknik (146, 302).

Gradualavhandlingar (autoreferat): A. Brändström (284), G. Forsberg (211), E. Forslind (286), T. Ganelius (63), H. R. Kivisild (210), M. Matell (64), B. Stolt (59), Ulla Uhler (283), P. Welander (285), B. Westerlund (61).

Lund 1954, Håkan Ohlssons boktryckeri.

visst ögonblick en hastighet av 3,2 m/sek, då den elektriska strömmen kopplas av. Efter 16 sekunder stannar loket. Hur stor del av lokets tyngd utgör den bromsande kraften? Lokets vikt antages vara 150 ton. Accelerationen vid fritt fall är 9,8 m/sek².

4. Beräkna vikten av vattenångan i en biografsalong, vars längd är 48 m, bredd 25 m och höjd 10 m, då temperaturen är +20° C och relativa fuktigheten är 70 %. Vattenångans maximumtryck vid 20° C är 17,5 mm Hg. Dess täthet är $\frac{5}{8}$ av luftens vid samma temperatur och tryck. Luftens täthet är vid 0° C och 760 mm Hg 0,00129 g/cm³.
5. Vid ett bygge finns en hiss, som drivs av en elektrisk motor. Hissen väger 60 kg och belastas med tegelstenar av en sort, som väger 6,0 kg per sten. Varje last består av 45 tegelstenar och lyftes 30 m på $1\frac{1}{4}$ minut. Man räknar med att 30 % av den tillförda energien går förlorad i motorn och i hissmekanismen. Nätspänningen är 220 V. Vilken strömstyrka kräver motorn? 1 kW=102 kpm/sek.
6. Vid ett försök inkopplas två motståndstrådar i serie mellan tre klämskruvar på fot, A, B och C. Trådarna är gjorda av samma material. Tråden AB är 1,0 m lång, tråden BC 0,5 m lång. Den sistnämnda tråden har precis dubbelt så stor diameter som den förstnämnda. Först anslutes ett bilbatteri i serie med en amperemeter till motståndet AB. Strömstyrkan blir då 0,135 A. Därpå anslutes batteriet jämte amperemetern till hela motståndet AC. Hur stor blir nu strömstyrkan? Batteriets elektromotoriska kraft är 5,94 V; dess inre motstånd liksom motståndet hos amperemeter och tilledningstrådar försummas.
7. Med voltamperemetoden vill man bestämma ett motstånd på omkring 1000 ohm och har rättvisande milliamperemeter och voltmeter till förfogande. Tyvärr har voltmetern det låga motståndet 12 000 ohm. Milliamperemetern visar 32,0 milliampere och voltmetern, som ligger parallellt med det sökta motståndet 28,7 volt. Beräkna motståndet. Kopplingsschema erfordras.
8. En elektrisk motor har en remskiva med 250 mm diameter. Vid ett bromsprov anbringas över skivan en rem, som i båda ändarna är fastsatt vid fjädervågar. När motorn går med jämn hastighet, visar den ena fjädervågen kraften 38,2 kp och den andra 24,6 kp. Samtidigt avläses motorns spänning till 440 volt och strömstyrkan till 7,55 amp, medan varvtalet är 1460 varv/min. Beräkna motorns verkningsgrad. 1 kW=102 kpm/sek.

Resultat: **1.** 1,024. **2.** 100 kp/m². **3.** $\frac{1}{49}$. **4.** 145 kg. **5.** 8,4 A. **6.** 0,12 A. **7.** 970 ohm. **8.** 76,7 %.

Uppgifter i fysik för kemisk-teknisk linje

Uppg. 1, 2, 5—8 i provet för maskinteknisk linje jämte följande uppgifter.

3. En astronomisk kikares vinkelförstoring är 50 vid inställning på månen. Okularets brännvidd är 10 cm. Hur lång är kikaren?
4. Vid försilvring användes vid ett tillfälle en strömtäthet av 0,30 A per dm^2 katodyta. Man ville överdraga ett föremål med ett 0,15 mm tjockt silverlager. Hur lång tid kunde beräknas för ändamålet? Silver har tätheten 10,5 g/cm^3, är envärt och har atomvikten 107,9; 96 500 coulomb erfordras för att utfälla en gramekvivalent av ett ämne.

Resultat: 3. 510 cm. 4. 13,0 tim.

Kemi med laboratorieteknik för kemisk-teknisk linje

1. Redogör för a) en laboratoriemetod b) en teknisk metod för framställning av syre.
2. En vattenlösning innehåller följande joner: SO_4^{2-}, NO_3^-, Al^{3+}, Fe^{3+} och Na^+. Hur kan man kvalitativt påvisa dessa joner?
3. Angiv namn och kemisk formel för ett kopparmineral samt redogör för framställning av ren koppar ur kopparmalm.
4. Vilka ämnen bildas vid de båda elektroderna, då vattenlösningar av följande ämnen elektrolyseras var för sig a) $CuSO_4$ b) NaCl c) KOH? Elektroderna angripes icke av de vid elektrolysen bildade ämnena.
5. Angiv namn och kemiska formler för a) en alifatisk keton innehållande tre kolatomer b) sex olika kolväteradikaler.
6. Redogör för framställning av dietyleter.
7. Hur många ml 65 %-ig salpetersyra (täthet 1,4) åtgår till beredning av 850 ml 0,12 N salpetersyra? Beräkna antalet ml 0,12 N salpetersyra och ml vatten som erfordras för framställning av 1 liter 0,1 N salpetersyra.
8. 2,0 ml av en lösning av väteperoxid förbrukar vid titrering i svavelsyrasur lösning 26,40 ml 0,1 N kaliumpermanganatlösning. Beräkna hur många gram väteperoxid, H_2O_2, som finns i 1 liter lösning.
9. 1,42 g av en legering innehållande koppar och silver löses i utspädd salpetersyra. Lösningen försättes med utspädd saltsyra i överskott. Den härvid bildade fällningen vägde efter tvättning och torkning 1,62 g. Beräkna legeringens sammansättning i procent.

10. 0,41 g oren salmiak löses i vatten. Lösningen försättes med natronlut till starkt alkalisk reaktion, varefter reaktionsblandningen kokas. Ammoniaken som överdestillerar vid kokningen ledes ned i 80,0 ml 0,116 N saltsyra. För att neutralisera överskott av syra erfordras 19,40 ml 0,1 N NaOH. Beräkna hur många procent H_4NCl den orena salmiaken innehöll.

Atomvikter:

Ag=107,9 Cl=35,5 Cu=63,6 K=39,1 Mn=54,9 N=14,0 Na=23,0.

Resultat: **7.** 7,1 ml; 833 ml skall utspädas till 1 liter. **8.** 22,44 g väteperoxid per liter lösning. **9.** 85,8 % silver. **10.** 95,8 % rent NH_4Cl.

Beskrivande maskin- och byggnadslära för maskin-teknisk linje

1. Ett 6-skivigt blocktyg består av 3 fasta och 3 lösa block. a) Hur många meter av linan behöver dragas in, då lasten lyftes 5 m? b) Hur stor kraft behöves för att lyfta 5 ton last, om blocktygets totala verkningsgrad är 78 %?
2. En skruv skall gängas i svarv. Arbetsritningen anger, att skruven skall ha 6 gängor per tum. Svarvaren har ställt svarvens växellåda så, att kugghjulet per ledarskruven har 60 kuggar och kugghjulet på spindeln har 40 kuggar (enkel växel). Ledarskruven har 4 gängor per tum. Visa genom resonemang och beräkning, om växellådan är rätt inställd eller ej.
3. Ett eldrivet spel skall ha en ungefärlig lyfthastighet av 0,25 m/s. Lintrummans diameter skall vara 500 mm. Motorns effekt skall överföras över en snäckväxel med utväxlingen 1 : 40 och en kuggväxel med utväxlingen 1 : 5. Hur stort varvtal bör motorn ha? Hur stor effekt skall den utveckla då maximilasten 5 ton skall lyftas? Totala verkningsgraden för maskineriet är 60 %. Rita tydlig skiss.
4. En läderrem, 90 mm bred och 4 mm tjock skall överföra en motors effekt vid 960 r/m från en remskiva med 240 mm diameter. Remmen kan överföra 18 kp/cm². Hur många hk kan den överföra?
5. En I-balk NP 20 monteras i en konstruktion och arbetet utföres vid en temperatur av +10°. a) Hur stor tryckspänning kan uppkomma i balken vid temperaturen +30°, om den är infäst så att den icke kan förlängas eller böjas? Kan denna tryckspänning anses riskabel? b) Hur stor blir den tryckkraft, som uppkommer vid balkens infästningspunkter vid den nämnda temperaturstegringen? E=2 150 000 kp/cm². Längdutvidgningskoefficienten=0,000012.

6. I en materialprovningsmaskin ingår en stålstång, som påverkas av en dragkraft av 2000 kp. Stången får ej utsättas för högre spänning än 800 kp/cm² och får ej förlänga sig mer än 0,3 promille. Bestäm genomskärningsarean. $E = 2\,150\,000$ kp/cm².
7. En takstol av trä skall uppföras. Sparrarna uppställes 1,2 m från varandra och bildar 45° vinkel mot horisontalplanet. Deras längd skall vara 5 m, och de kan anses fritt upplagda i båda ändar. Taket är belastat med en lodrät kraft av 200 kp/m² takyta, jämnt fördelad över ytan. Den tillåtna böjspänningen på sparrarna är 80 kp/cm². a) Hur stort böjmotstånd måste varje sparre ha? b) På byggnadsplatsen finnes bjälkar med tvärsnittet 4″×8″. Kan dessa användas?
8. Ljungströmsturbinen — de Lavalturbinen, en kortfattad jämförelse mellan de båda turbintyperna.

Resultat: 1. a) 30 m, b) 1070 kp. 2. Rätt inställd. 3. 1900 r/m; 27,8 hk. 4. 10,4 hk. 5. a) 516 kp/cm², b) 17 300 kp. 6. 3,1 cm². 7. a) 665 cm³, b) ja ($W \approx 670$ cm³).

Författare i detta häfte: lektor B. Adell, Lund; fil. dr J. Andersson, Vaxholm; lektor G. Arvidsson, Malmö; fil. lic. G. Blom, Malmö; docent A. Brändström, Uppsala; kand. G. Danielsson, Hälsingborg; fil. lic. S. Danielson, Stockholm; lektor B. Englund, Uppsala; prof. H. Faxén, Stockholm; fil. lic. L. Fjellstedt, Uppsala; docent E. Forslind, Stockholm; lektor T. Gráf, Stockholm; lektor B. Gustaver, Sotckholm; fil. lic. L. Hörmander, Lund; docent E. Ingelstam, Stockholm; laborator A. Johansson, Stockholm; lektor C. V. Jonsson, Ludvika; lektor T. Jönsson, Stockholm; lektor K. J. Lenander, Kalmar; assistent B. Liljeqvist, Stockholm; docent S. Lundquist, Stockholm; laborator A. Magnéli, Stockholm; docent S. B. Nilsson, Lund; lektor E. Nordefeldt, Stockholm; rektor Hj. Olson, Djursholm; adjunkt O. Olsson, Uppsala; fil. lic. P. O. M. Olsson, Stockholm; lektor H. Råstad, Elverum, Norge; assistent B. Rönnholm, Stockholm; prof. K. Siegbahn, Uppsala; lektor G. Starck, Stockholm; prof. J. Tandberg, Stockholm; fil. lic. M. Tideman, Uppsala; fil. dr Ulla Uhler, Stockholm; docent P. Welander, Stockholm; docent S. Wideqvist, Uppsala.

HELGE BOHLIN

ELEKTRICITETSLÄRA OCH ELEKTROTEKNIK

6:e omarb. uppl. 607 sid. Inb. 18 kr 50 öre

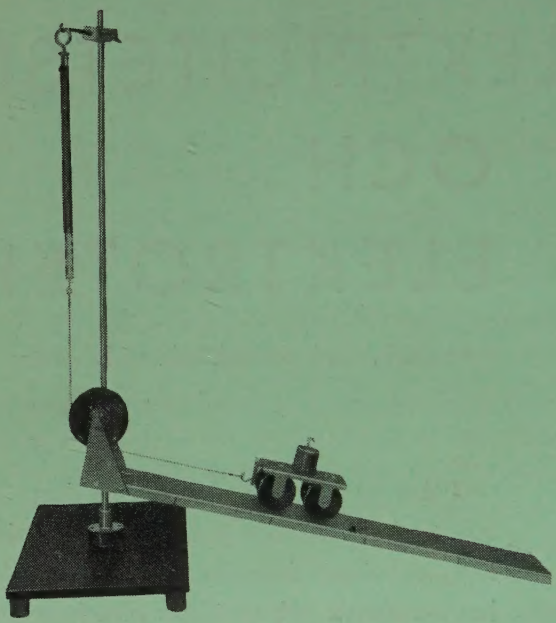
I den nu utkomna upplagan av denna standardlärobok i elektroteknik har beteckningarna för storheter och måttenheter anslutits till de senaste normerna. Kapitlet om radioteknik har omarbetats och utvidgats med hänsyn till den tekniska utvecklingen inom området.

SVENSKA BOKFÖRLAGET

KOLBOKCENTRALEN
David Bagares gata 20 · Stockholm
Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60
Utställning även Parkgatan 19, Göteborg

Utställning
Lärarexemplar
Rekvisitioner
Hamngatan 4, Malmö

Norstedts experimentsats
Allmän fysik



Med experimentsatsen kan man utföra försök på fasta kroppars, vätskors och gasers jämvikt och rörelse. Satsen levereras i specialinredd trälåda.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen

Göteborg Stockholm Malmö

LUND 1954, HÅKAN OHLSSONS BOKTRYCKERI

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

TRETTIOÅTTONDE ÅRGÅNGEN

1955

Redaktionskommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor T. Jönsson, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren.
Redaktör och utgivare: C. E. Blom.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16⁴ STOCKHOLM